

DR. CZEGLÉDY ISTVÁN  
DR. HAJDU SÁNDOR  
NOVÁK LÁSZLÓNÉ  
SCHERLEIN MÁRTA

# **MATEMATIKA 1–8. MINTATANTERV**

Általános iskola 1–8. osztály  
Nyolcosztályos gimnázium 1–4. osztály  
Hatosztályos gimnázium 1–2. osztály  
Tizenkét osztályos iskola 1–8. osztály

Műszaki Könyvkiadó, Budapest



# TARTALOM

SZAKÉRTŐI VÉLEMÉNY .....	4
ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK.....	5
Kerettanterv – mintatanterv .....	5
A Matematika 1–8. mintatanterv főbb sajátosságai.....	5
A helyi tanterv megtervezése .....	7
A helyi tanterv kialakításának sémája .....	8
ÁLTALÁNOS NEVELÉSI CÉLOK .....	9
MATEMATIKA 1–4. ....	11
A témakörökről általában .....	12
Az egyes évfolyamok tanterve.....	15
1. osztály .....	15
2. osztály .....	23
3. osztály .....	31
4. osztály .....	41
MATEMATIKA 5–8. ....	51
A képesség szerinti csoportbontásról.....	52
A témakörökről általában .....	54
Kapcsolatok .....	58
Az egyes évfolyamok tanterve.....	59
5. osztály .....	59
6. osztály .....	71
7. osztály .....	81
8. osztály .....	93

## SZAKÉRTŐI VÉLEMÉNY

A már jól ismert MINTATANTERV átdolgozott változata a Kerettantervi szabályozás (módosított KT. 48. §) figyelembevételével, egységes koncepció szerint tervezi meg a tananyag-feldolgozás menetét az alapfokú oktatás 1–8. évfolyamára.

Nemcsak megfelelő alapot ad az eltérő óraszámokban dolgozó iskolák helyi tantervének elkészítéséhez, hanem lehetővé teszi az egy az egyben történő adaptálást is mindazon intézmények számára, amelyek Hajdu-taneshközökből tanítanak. Jól alkalmazható a kerettanterv által megfogalmazott minimális óraszám és az ettől eltérő magasabb óraszámok (Kt. r. 52. § 1. sz. melléklet) esetén is az általános iskolában, a 6. és a 8. osztályos gimnáziumok megfelelő évfolyamain (Kt. r. 10. §).

A *bevezető részben* az adott szintre jellemző fejlesztési követelményeket, tananyag-tartalmakat, tevékenységi formákat rendszerezi témakörönként a kerettantervi rendelet 11. § alapján (gondolkodási módszerek fejlesztése; számtan, algebra; összefüggések, függvények, sorozatok; geometria, mérés; valószínűség, statisztika).

A Mintatanterv *tantervi ajánlása* a kerettanterv koncepcióját, a *tananyaggal* és a *követelményekkel* kapcsolatos előírásait figyelembe véve épül fel. Tartalmazza a kerettanterv által meghatározott, az éves időkeret mintegy 80%-át lefedő tananyag részletes feldolgozását. A fennmaradó 20%-ba a kerettantervben nem szereplő, a tananyag elmélyítését, rendszerezését szolgáló anyagrészek kerültek. Ezzel megszünteti a kerettantervi hézagokat, biztosítja a matematikai fogalmak egymásra épülését, a továbblépéshez szükséges tudás és képesség kialakítását, az alsó és a felső tagozat közötti zökkenőmentes átmenetet, az átjárhatóságot.

Ehhez igazodnak a megfogalmazott tantervi követelmények is, élve a kerettantervi szabályozás (Kt. r. 11. §) engedte évfolyamonkénti átcsoportosítás lehetőségével, így a Mintatanterv minimumszintje – bizonyos évfolyamok adott témaköreiben – meghaladja a kerettanterv továbbhaladási feltételeit.

Az *évfolyamokra lebontott tantervek* (KT. 48. §) bemutatják a különböző óraszámú lehetőségeket, felsorolják az alkalmazásra javasolt tanulói és tanári taneszközöket, ezen túl tartalmazzák a többi tantárggyal való tantervi kapcsolódási lehetőséget. A tananyag feldolgozása követi a kerettanterv által az adott évfolyamra meghatározott témakörönkénti elrendezést. Ezzel párhuzamosan, a kerettantervvel összhangban a minimumkövetelmények és a minimumszintet meghaladó követelmények kerültek rögzítésre.

Beépíti a kapcsolódó tudományágak követelményeit, a kerettantervi előírásokon túlmutatva koncentrálna a többi tantárgy ismeretanyagával, elősegítve a tantárgyak közötti harmonizáció tervezését.

Ezzel a Mintatantervvel, tantárgy-pedagógiai, szak módszertani, didaktikai segítséget kapnak az évfolyamonkénti tanmenetek elkészítéséhez a matematikát tanító nevelők.



Heincinger Viktorné  
matematika szaktárgyi szakértő (0951)

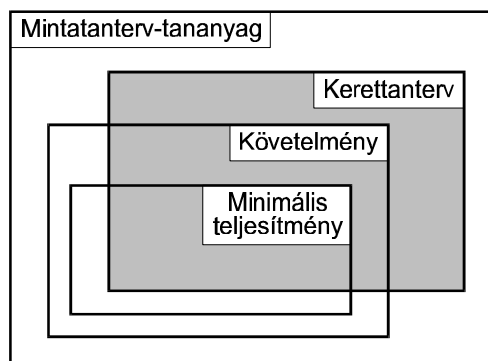
# ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK

## KERETTANTERV – MINTATANTERV

A kerettanterv a jogszabályoknak megfelelően a *tanítható tananyag* mintegy 80%-át öleli fel, csak azt a *minimumot* írja elő, amelyet minden tanulónak tanítanunk kell. A fennmaradó 20% kitöltését a *helyi tantervre* bízva, ezért a tananyagot és a követelményt (beleértve a minimumkövetelményeket is) a helyi tanterv szintjén kell belső ellentmondásokról mentes, logikailag „hézagmentes” rendszerre kiegészítenünk úgy, hogy a *társtantárgyak* matematikai megalapozását, illetve az alsó és felső tagozat közti átmenetet is figyelembe vegyük. A helyi tantervek szerkesztésekor lehetőség van arra is, hogy a szabadon tervezhető órakeret egy részét a matematikaoktatás számára biztosítsuk.

A mintatanterv ajánlása szerint, a *jogszabályokkal összhangban* minden évfolyamon vannak olyan anyagrészek, amelyeket tanítunk, de nem követelünk meg. Ezek egy része előkészíti a később tanítandókat, más része a matematikai szemlélet fejlesztését, a látókör kiszélesítését szolgálja, mozgásteret biztosít a tehetséges tanulók optimális fejlesztésére.

Az ábra a mintatanterv, a kerettanterv, illetve a tananyag, a követelmények, ezen belül a minimumszinthez kapcsolódó anyagrészek viszonyát szemlélteti.



## A MATEMATIKA 1–8. MINTATANTERV FŐBB SAJÁTOSSÁGAI

**1. osztálytól** (az iskolára való előkészítést is beleértve) **8. osztályig egységes koncepció szerint tervezi meg a matematika-tananyagot.** Az alsó tagozatos tankönyvek szerves előzményei a felső tagozatban általánosan használt tankönyveknek. Ezért a helyi matematika-tantervet tanítókból és matematikatanárokból álló közös szakmai munkaközösség dolgozhatja ki, így zökkenőmentessé válhat az alsó és a felső tagozat közti átmenet.

Korábbi nemzetközi felmérések kimutatták, hogy a magyar felső tagozatos matematikatanítás a világ élvonalába tartozott. A mintatantervben tükröződő koncepció fontos célja, hogy egyrészt a felső tagozaton megőrizzük a korábbi színvonalat, másrészt az alsó tagozaton is megközelítsük azt.

A mintatanterv a tananyagot úgy építi fel, hogy összhangban legyen azzal a kötelező, illetve kiegészítő óraszámokkal, amelyet a kerettanterv előírásai alapján a matematikai nevelésre fordíthatunk. Rámutat a kényszerű redukálás lehetőségeire, ha a helyi tanterv csak a kötelező órakeretet biztosítja (ez csak a minimumszint eléréséhez elegendő). Ajánlásokat tartalmaz az emeltebb óraszámok megfelelő kiegészítésekére is.

A mintatanterv egyik legfontosabb jellemzője, hogy figyelembe veszi, hogy lényeges különbségek vannak a tanulók képességeiben és törekvéseiben. Rámutat a redukálás, illetve a kiegészítés lehetőségeire. Ezért a mintatantervhez kapcsolódó taneszközök 1. osztálytól kezdve tantárgy-pszichológiai megközelítésében, tartalmában és mélységében nagyon széles sávban dolgozzák fel a tananyagot. Egyaránt figyelmet fordítanak a lemaradók felzárkóztatására és a tehetséggondozásra. Vagyis nem a mindenki számára megtanítandó tananyag növekszik, hanem a differenciálás lehetősége bővül. Ez lehetővé teszi, hogy a pedagógus a helyi tanterv sajátosságait figyelembe véve rugalmasan alkalmazkodjék az osztály és az egyes tanulók színvonalához, valamint saját értékrendjéhez.

A tananyag koncentrikus felépítéséből következik, hogy nagy átfedés van az egyes évfolyamok tananyaga között. Ez a felépítés rámutat arra, hogy melyek azok a korábban tanult anyagrészek, amelyekre továbbra is oda kell figyelniük (ezzel támogatja a begyakorlást és a felzárkóztatást), továbbá rugalmassá teszi a tantervet, s lehetővé teszi a különféle helyi elképzelések kidolgozását is. A fentiekből az is következik, hogy a taneszközök mindig több anyagot, feladatot tartalmaznak, mint amennyit egy átlagos osztályban fel lehet dolgoztatni. A pedagógus dönthet, hogy egyes anyagrészeket melyik évfolyamon, milyen súllyal és milyen mélységben tanít, mely feladatokat dolgoztatja fel, és melyeket hagyja el. A különböző elképzelések megvalósításához a Programok nyújthatnak segítséget.

A mintatanterv minden évfolyamon a kerettanterv szellemének megfelelően nagy gondot fordít az *anyanyelvi nevelésre*, az anyanyelv helyes használatára, a gondolatok szabatos megfogalmaztatására és a *szövegértelmező képesség fejlesztésére*.

A matematikai gondolkodás egyik pillére a problémaérzékeny, rugalmas, ötletgazdag, előremutató divergens gondolkodás, másik pillére a fegyelmezett, kidolgozásra képes algoritmikus gondolkodás. A taneszközök és a Programok nagy súlyt helyeznek e két gondolkodási mód egyidejű fejlesztésére.

Ugyancsak tantárgy-pszichológiai megfontolásokból a tanterv arányosan tervezi meg a jobb agyféltekés képi dominanciájú és a bal agyféltekés fogalmi dominanciájú gondolkodás fejlesztését is. Ezért a taneszközök az átlagosnál alaposabban dolgozzák fel például a geometriával, a grafikonokkal kapcsolatos anyagrészeket.

A tantervben, a Programokban és a taneszközökben a megszokottnál *nagyobb szerepet kap a matematika gyakorlati alkalmazása*. Ez abban is megnyilvánul, hogy nemcsak azokat a követelményeket veszik figyelembe, amelyeket a kerettanterv a matematika számára előír, hanem a más műveltségi területeken (a technikában, a környezetismeretben és a természettudományi tantárgyakban) megfogalmazott követelmények matematikai vonatkozásait is.

## A HELYI TANTERV MEGTERVEZÉSE

A helyi tanterv megtervezéséhez segédanyagként használhatjuk a mintatantervet, az egyes évfolyamok számára kiadott Programokat és a Témazáró felmérő feladatsorok tanári változatait.

A **mintatanterv** feladata a matematikai nevelés globális áttekintése.

A **Programok** évfolyamonként konkretizálják a követelményeket, részletezik a célokat, feltárják a tantárgyon belüli és tantárgyak közötti kapcsolódási lehetőségeket.

Az egyes iskolák helyi tantervei más-más óraszámot biztosíthatnak a matematika-tanítás számára, ezért jelentős különbségek alakulhatnak ki a matematika-tananyag mennyisége és színvonala között. A Programok alternatívákat is tartalmazó tanmenet-javaslatok rugalmasan alkalmazkodnak ehhez a sokszínűséghez.

Végül a Programok az egyes anyagrészek feldolgozásához kapcsolódóan a tanmeneti alternatívákat is figyelembe vevő módszertani ajánlásokat fogalmaznak meg.

A **Témazáró felmérő feladatsorok** feladatokkal „fedik le” és értelmezik a követelményeket, javaslatokat tartalmaznak az értékelési normák kialakítására.

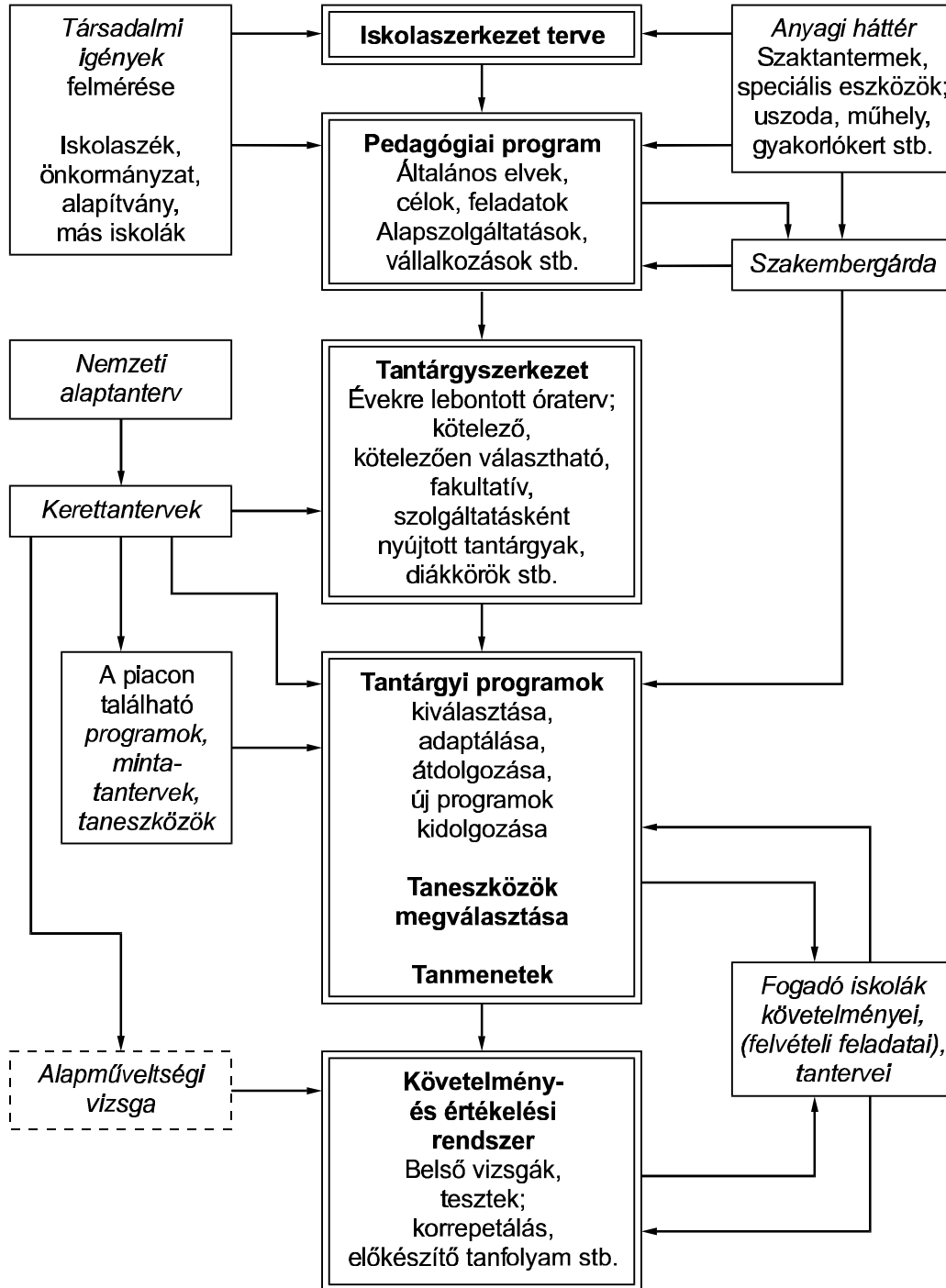
A fenti dokumentumok csak ajánlásnak tekinthetők. **A tananyag végső összeállítása, a tananyag-feldolgozás menetének kialakítása, a követelmények pontosítása a tanítókból és matematikatanárokból álló szakmai munkaközösség feladata.**

A helyi tanterv összeállításakor gondoljuk végig a következőket:

1. Van-e igény és lehetőség a képesség szerinti csoportbontásra?
2. A *szabadon tervezhető órakeretből* évfolyamonként, ezen belül félévenként vagy kéthetes ciklusonként hány óra biztosítható a matematikai nevelés számára?
3. A *kiegészítő órakeretből* hány óra rendszeresíthető felzárkóztatásra, tehetséggondozásra, illetve a középiskolai felvételi vizsgákra történő felkészítésre?
4. Az alsó és a felső tagozat tananyaga és követelményrendszere szervesen illeszkedik egymáshoz.
5. A helyi tanterv egyik legsajátosabb feladata a különböző tantárgyak tanításának összehangolása. Tartalmilag és a tananyag-feldolgozás menetében is egyeztessük a matematika, illetve a technika, környezetismeret és a természettudományi tantárgyak tananyagát.
6. A jogszabály lehetőséget biztosít a tananyag páratlan-páros évfolyamok közti átcsoportosítására. Ezt a tankönyvek felépítése (nagy átfedések) is lehetővé teszik. Ha a tananyag összeállításakor eltérünk a tankönyvektől, akkor gondoskodjunk arról, hogy az így kialakított rendszer egymásra épülő fogalmakból álljon.
7. Hagyjunk elegendő időt a tanultak begyakorlására, elmélyítésére, problémaszintű alkalmazására. Több ismeret felszínes megtanítása nem jelenti azt, hogy a tanuló matematika-tudása értékesebb lesz. *Inkább kevesebbet tanítsunk meg, de azt alaposan, alkalmazásra képesen.* Ugyanakkor a kerettanterv által előírtakat a 4., a 6. és a 8. osztály végére feltétlenül teljesítenünk kell.
8. Rögzítsük, hogy évfolyamonként mi módon és milyen elvek figyelembevételével értékeljük a tanulókat, hány dolgozatot íratassunk. Pontosítsuk a követelményeket és az értékelési normákat.

Végül felhívjuk a figyelmet arra, hogy *a helyi tanterv csak a legalapvetőbb kérdésekben kösse meg a tanítók és szaktanárok kezét.* Hagyjon elegendő mozgásteret saját elképzeléseik, értékrendjük érvényesítésére, módszertani elgondolásaik megvalósítására.

## A helyi tanterv kialakításának sémája





## ÁLTALÁNOS NEVELÉSI CÉLOK

Az alábbiakban táblázatba foglaljuk azokat a kerettantervben is megfogalmazott nevelési célokat, amelyeket a matematikatanítás során leginkább szem előtt kell tartanunk. Ezeket az általános célokat az évfolyamnak, a tananyagának és a pillanatnyi pedagógiai helyzetnek megfelelően konkretizálnunk kell.

Nem soroltuk fel külön a nevelési céloknak a „pszichomotoros tartományba” eső vonatkozásait. Bizonyos helyzetekben ezek is előtérbe kerülhetnek (például a beszéd-készség fejlesztése, számjegyek írásának tanítása, mérőeszközök használata).

Értelmi nevelési vonatkozások	Érzelmi, akaratni vonatkozások
<p><b>A megfigyelőképesség fejlesztése</b> Élmények aktív megfigyelésének, befogadásának, tudati feldolgozásának képessége (érzékelés, észlelés, gondolkodás).</p> <p><b>Kommunikációs képességek fejlesztése</b> Az anyanyelv és a szaknyelv helyes használata. A gondolatok tartalmilag és nyelviileg szabatos kifejtésének képessége és szokása. Bővülő passzív és aktív szókincs, a szakszavak és a matematikai jelrendszer felismerése, majd tudatos használata. Szóbeli és írásbeli szövegek értelmezésének képessége.</p> <p><b>Az önálló ismeretszerzésre nevelés</b> A tanulási tevékenységben felismert vagy szóban, írásban közölt új ismeretek, fogalmak, összefüggések megértése, általánosítása, rendszerré szervezése, új kapcsolatok keresése. A logikus gondolkodás képessége. A tanultak megőrzése, beépítése a meglévő ismeretrendszerbe. Emlékezőképesség. A helyes tanulási szokások kiépülése.</p> <p><b>A tanultak alkalmazására nevelés</b> A tanultak spontán vagy tudatos reprodukálása, konkretizálása, átszervezése a feladatnak megfelelően. Fegyelmzett, konvergens algoritmikus gondolkodás, kidolgozási képesség. A fokozatosan hosszabbodó és egyre intenzívebbé váló szellemi erő kifejtés képessége.</p>	<p>Spontán érdeklődés, kíváncsiság, figyelemkoncentráció, tudatos figyelem.</p> <p>Hajlandóság, igény és törekvés saját észrevételek, gondolatok nyelviileg helyes kifejtésére, illetve a matematika jelrendszerével történő megfogalmazására. A magyartalanság kerülése. A tanár és a társak közléseinek figyelmes meghallgatása, a szövegek figyelmes olvasása.</p> <p>Hajlandóság és törekvés az ismeretszerzésre, mások gondolatmenetének követésére, értékelésére, az összefüggések megértésére, a megértett ismeretek tudatos megtanulására. Igény a hiányos vagy meg nem értett ismeretek kiegészítésére. Az értelem nélküli bevésés elutasítása. Kötelességtudat, lelkiismeretesség.</p> <p>Figyelemkoncentráció és figyelemmegosztás. Törekvés a tanultak begyakorlására, alkalmazhatóvá tételére. Munkafegyelem, a munkával járó nehézségek vállalása, monotonitástűrés. Önellenőrzés. A munkasikerek átélése.</p>

Értelmi nevelési vonatkozások	Érzelmi, akaratati vonatkozások
<p><b>Problémamegoldásra nevelés</b></p> <p>A tanultak alkotó alkalmazásának képessége új ismeretek feltárásában. Gondolkodási műveletek (például összehasonlítás, analízis, szintézis, elvonatkoztatás, általánosítás, analógia). Divergens gondolkodási képességek (problémaérzékenység, képzelet, ötletgazdagság, rugalmasság, eredetiség).</p> <p><b>A gyakorlati alkalmazásra nevelés</b></p> <p>Tapasztalatok és ismeretek a matematikai fogalmaknak, módszereknek, eljárásoknak és gondolkodásformáknak a gyakorlatban, illetve más tantárgyakban (tudományokban) történő alkalmazhatóságáról.</p> <p><b>Eszztétikai nevelés</b></p> <p>A matematikai tartalom, egy-egy feladat, gondolatmenet esztétikájának meglátása (egzaktság, teljesség, eredetiség, játékoság stb.). A gondolatok esztétikus szóbeli kifejezése. Az írásbeli munka és a szerkesztések esztétikus elvégzése. Helyes viselkedési formák ismerete és szokása.</p> <p><b>Közösségi együttműködésre nevelés</b></p> <p>A közösség normáinak ismerete, a normák alkalmazásának a szokása. Értelmi együttműködés képessége; mások gondolatmenetének megértése, értékelése, alkalmazása.</p> <p><b>Reális énkép kialakítása</b></p> <p>A tanuló saját adottságainak, hajlamainak, képességeinek és hibáinak ismerete, helyes értékelése. A céltudatosság megjelenése. Tudatos önfejlesztés.</p>	<p>Érdeklődés a megszokottól eltérő feladatok iránt. Önbizalom. Ambíció. A szellemi erőpróba igénye. Hajlandóság a szokatlan feladathelyzetek és az esetleges sikertelenség vállalására. Törekvés a feladatok sokoldalú megközelítésére, a korábbi elképzelések megváltoztatására, újszerű megoldások keresésére. Akarat-erő. Sikerélmény.</p> <p>Törekvés a matematika eszközszerű alkalmazására. Annak a meggyőződésnek a kialakulása, hogy a matematikai ismeretek és a matematikatanulás során kialakult képességek a mindennapi életben is hasznosak és széles körben alkalmazhatók.</p> <p>Az egzakt, teljes és célratörő gondolatmenet igényének kialakulása. A pontatlan és a „pongyola” fogalmazás, a helytelen beszédforma és intonáció stb. kerülése. Hajlandóság és törekvés az igényes, áttekinthető fűzetvezetésre, a helyes viselkedésre.</p> <p>A közösség normáinak elfogadása. Alkalmazkodóképesség, a beilleszkedés igénye. Közösségi szellem, segítőkészség. A közösségben folyó munka pozitív értékelése.</p> <p>Sikerélmények, önbizalom, ambíció. Pozitív énkép. A hiányosságok kiküszöbölésére, jobb eredmények elérésére törekvés.</p>

## MATEMATIKA 1–4.

Ez a tanterv a kerettanterv koncepcióját, a tananyaggal és követelményekkel kapcsolatos előírásait figyelembe véve épül fel. Ugyanakkor tartalmában és követelményeiben helyenként meghaladja a kerettanterv elvárásait a következők miatt:

1. A kerettantervben előírt tartalmat ki kell egészíteni úgy, hogy a fogalmak egymásra épüljenek, „hézagmentes” és alkalmazásra képes rendszer alakuljon ki.
2. A követelményeket és ezen belül a minimális teljesítményt úgy kell előírni, hogy a továbblépéshez szükséges tudást és képességeket biztosítsák.
3. Biztosítani kell az egyéb tantárgyak (lásd később) számára a kerettanterv által előírt követelmények teljesítéséhez szükséges matematikai ismereteket, eszközöket, képességeket.
4. Az alsó és felső tagozat közötti zökkenőmentes átmenet érdekében meg kell teremteni azt az alapot, amelyre építkezve eleget tehetünk a kerettanterv által a különböző tantárgyak számára 5. és 6. osztályban előírt követelményeknek.

A tanterv felépítése nem a feldolgozás folyamatát tükrözi, hanem a kerettanterv szerkezetéhez igazodik. A tananyag-feldolgozás menetét az egyes évfolyamok számára készült Programok tartalmazzák.

Az alsó tagozatos matematikaoktatás jellegéből következik, hogy az egyes tantervi témákat nem elszigetelve, hanem egymással kapcsolatban, egymást erősítve dolgoztuk fel. A tartalomban felsorolt öt témakörből az első és második osztályban csak a számtan, algebra és a geometria, mérés jelenik meg önállóan, a másik három témakört beépítjük ebbe a kettőbe, illetve eszközként használjuk a matematikai gondolkodás fejlesztésében.

Harmadik, negyedik osztályban az összefüggések, függvények, sorozatok, illetve a valószínűség, statisztika témakörökhöz tartozó tananyag egy részét feldolgozhatjuk 3-4 órás összefüggő egységekben úgy is, hogy az órák fő témáját alkossák.

A matematika-tananyag koncentrikusan épül fel. Ezért a tantervben az egyes osztályok számára előírt tartalom és tevékenységek felsorolásában látszólag nagy az átfedés. Ugyanakkor évről évre egyre bővebb számkörben, nehezebb ismeretanyagra épül a tevékenység. A feladatok összetettebbek, a kialakult fogalmak absztraktabbak, a felismert összefüggések mélyebbek, általánosabbak.

### Óraszám

Osztály	1. osztály	2. osztály	3. osztály	4. osztály
Kötelező óraszám	4 óra/hét	4 óra/hét	4 óra/hét	3 óra/hét
Optimális óraszám	5 óra/hét	5 óra/hét	5 óra/hét	4 óra/hét

A fogalmak megszilárdítása, az eljárások begyakoroltatása, a tanulási szokások kialakítása, a képességek fejlesztése érdekében szükséges lenne, hogy 1–4. osztályban mindennap legyen matematikaóra.

1., 2. és 3. osztályban, ha a helyi tanterv nem biztosítja legalább a heti 4,5 órát, akkor a hiányt részben pótolhatjuk úgy, hogy a *környezetismeret* és a *technika* tananyagának a matematikával és egymással közös részét (elsősorban geometria, mérések témakörben) komplex módon tanmenetben és óraszámban összehangolva dolgozzuk fel. Ha nincs mindennap matematikaóra, akkor fennáll a veszélye annak, hogy nem tudunk differenciáltan foglalkozni a tehetséges tanulókkal, illetve a nehezebben haladókkal. Ezért a leszakadóknak folyamatosan szervezzünk korrepetálásokat és a tehetséges tanulóknak szakköri foglalkozásokat.

4. osztályban is szükségünk lenne legalább a heti 4,5 órára, ha azt szeretnénk, hogy tanulóinknak ne okozzon gondot a felső tagozatba lépés. (Az 5. osztályos tananyag nőtt, az órakeret változatlan!) Ezért normál 4. osztályban **feltétlenül a matematikaoktatás számára építsük be a szabadon tervezhető heti 1 órát**. Ezen túlmenően rendszeresen biztosítsunk órát a korrepetálásra, esetleg a tehetséggondozásra.

### Otthoni munka

Átlagosan 15 perc/nap minden évfolyam számára (ezen felül esetenként szorgalmi feladatokat adhatunk). A házi feladat célja lehet a tanultak begyakorlása, a felejtés kompenzálása, a következő órán feldolgozandó anyag rész előkészítése.

Vannak olyan anyagrészek, amelyek begyakorlására az otthoni munkában a szokásosnál több időt kell fordítanunk. Ilyenek például: statisztikai adatok gyűjtése; a lakás, az udvar, az otthoni környezet felmérése, feltérképezése.

## A TÉMAKÖRÖKRŐL ÁLTALÁBAN

### Gondolkodási módszerek alapozása

A Nemzeti alaptantervben a gondolkodási módszerek alapozása önálló témakör.

A témakörökhöz tartozó tananyag részben tartalmazza a halmaz, logika, illetve a kombinatorika elemeit. Az alsó tagozatban nem tanítunk halmazelméletet, matematikai logikát, illetve kombinatorikát, hanem a számtan, algebra és a geometria, mérés témakörökbe beépítve eszközként használjuk a feladatok megoldásában. Ezért a kerettanterv, és ennek megfelelően a mintatanterv az 1–4. évfolyamon nem önálló fejezetben foglalkozik ezekkel a területekkel, hanem a többi témakörbe beépítve írja le az elvárásokat.

Az ide tartozó ismeretek a matematikai szemlélet fejlesztését szolgálják, segítik a tanulókat a fogalmak kialakításában, a köztük lévő kapcsolat felismerésében, saját gondolataik és észrevételeik pontos kifejezésében, mások gondolatainak megértésében.

A korszerű matematikatanítás törekvése, hogy a tanuló ne készen kapja az ismereteket, hanem tárgyi tevékenységből, a valóság megfigyeléséből, feladatsorok feldolgozásából kiindulva mintegy felfedezze azokat. Ezért ez a tanterv minimális teljesítményszinten is megfogalmaz elvárásokat.

Az elmúlt évek matematikai felmérései súlyos hiányosságokat állapítottak meg a tanulók beszédképessége, a matematikai gondolatok elmondása, leírása és a matematikai szövegek értelmezése terén. Ezért ez a tanterv és a taneszközeink különös gondot fordítanak erre a területre.

## Számтан, algebra

Az alsó tagozatos matematikatanítás alapvető feladata az alkalmazásképes szám- és műveletfogalom megalapozása, elmélyítése, a szóbeli és írásbeli eljárások megtanítása, a számolási rutin fejlesztése, a rugalmas, ugyanakkor fegyelmezett gondolkodási képességek alakítása.

A felsorolt feladatok teljesítésének érdekében ez a tanterv a következő területeken meghaladja a kerettanterv matematikával kapcsolatos előírásait:

A kerettanterv a 4. osztály végéig a 10 000-es számkör megtanítását írja elő. Ugyanakkor csak a 10 000-nél nagyobb számkör teszi lehetővé például a mindennapi élet követelményeinek megvalósítását (vásárlás, családi költségvetés). Ezért a mintatanterv a 4. osztály végére legalább 20 000-ig, de lehetőleg 100 000-ig javasolja kiterjeszteni a számkört, bár minimális teljesítmény szintjén csak a 10 000-es számkör ismeretét várja el.

Különös gondot fordít a számolási eljárások elsajátíttatására, a biztos szóbeli számolási rutin alakítására, az írásbeli műveletek begyakoroltatására, beleértve a kétjegyű számmal való szorzást és osztást is.

A szokásosnál nagyobb hangsúlyt helyez a szöveges feladatokra, a funkcionális analfabetizmus felszámolására.

Már első osztálytól kezdve figyelembe veszi a gyermekek sokféleségét, emiatt a tananyag igen „széles sávú” feldolgozását javasolja.

A leírtakból következik, hogy ez a témakör az összóraszám nagyobb részében főtémaként szerepel, első osztályban az órák mintegy 80–85%-ában, majd fokozatosan csökkenve negyedik osztályban 60–70%-ában.

## Összefüggések, függvények, sorozatok

A számтан, algebra témakörben tanultak megerősítésére, alkotó alkalmazására sok olyan feladatot dolgoztunk fel, amely ehhez a témakörhöz is kapcsolódik. Ezek a feladatok előkészíthetik a szám- és műveletfogalom kiterjesztését is. Például a 2. osztályban a 3-mal növekvő vagy csökkenő sorozatok képzése egyaránt szolgálhatja a 3-mal való szorzás és osztás előkészítését, a tízes átlépés gyakorlását és a számok számegyenesen való elhelyezkedésével kapcsolatos tapasztalatszerzést.

Ez a tanterv önálló témakörként írja le a matematikai műveltségnek ezt a területét, amit a következőkkel indokolhatunk:

Összefüggések keresését, sorozatok képzését, függvénytáblázatok kitöltését, grafikonok készítését, elemzését stb. eszközként használhatjuk a matematika egyéb témaköreiben is.

Harmadik és negyedik osztályban, s majd a felső tagozatban önálló tananyagként elkülöníthető óraszámokban is szerepel.

## Geometria, mérés

A képi gondolkodás, a térszemlélet fejlesztése ugyanolyan fontos, mint például a számolási rutin vagy a szövegértelmezés alakítása. Ezért a tantervhez kapcsolódó taneszközök bőséges és sokszínű feladatot tartalmaznak. Ennek ellenére a geometria-tanításunk nem lehet tankönyvcentrikus. A modellezés, a tényleges mérés elengedhetetlen feltétele a geometriai látásmód megalapozásának, a fogalmak kialakításának.

Már 1. osztálytól kezdve fordítsunk különös gondot erre a témakörre!

A tanterv a szokásosnál nagyobb súlyt fektet a mindennapi élet geometriájára, például a gyakorlati mérésekre, a nézeti rajzok, alaprajzok alkalmazására, készítésére. Ezeket az anyagrészeket a technika és a környezetismeret is tartalmazza. Ezért ezeket nem egymástól függetlenül, hanem tematikailag és a tanmenetekben összehangolva javasoljuk feldolgozni.

Az elmondottakból az is következik, hogy a követelményeket összhangba kell hozni a fenti tantárgyak követelményeivel.

A szám- és műveletfogalom kialakítása és elmélyítése szoros kapcsolatban van a méréssel, ezért ezek a témakörök mindegyik évfolyamon összefonódva, egymást erősítve jelennek meg a tanulási folyamatban.

A geometria, mérés témakör önálló óraszámának aránya az összóraszámhoz képest fokozatosan nő. 1. osztályban 10–15%, 4. osztályban 20–25%.

## Valószínűség, statisztika

A valószínűség fogalomkörével elsősorban ne tankönyvi feladatokon keresztül ismerkedjék meg a gyermek, hanem közösen elvégzett kísérletek, „valószínűségi játékok” kimeneteleinek megfigyelésével, lejegyzésével, értelmezésével. Ugyanez vonatkozik a gyermek mindennapi életével kapcsolatos adatok, mérési eredmények gyűjtésére, statisztikai feldolgozására is. Itt is vegyük figyelembe a többi tantárgy tematikáját.

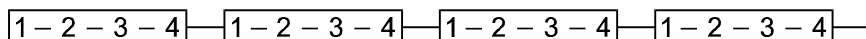
A témakörhöz tartozó tartalmak feldolgozása nem különíthető el a számtan, a függvények, grafikonok és a mérések tanításától. Ezért a témára fordítható óraszám nem határozható meg egyértelműen.

# AZ EGYES ÉVFOLYAMOK TANTERVE

## 1. osztály

### Javasolt óraszám

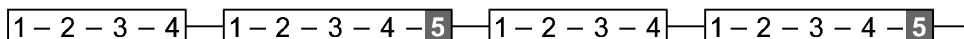
I. A kerettanterv alapóraszámja heti 4 óra; évi 148 óra:



Ebben az esetben feltétlen javasoljuk a „leszakadók” felzárkóztatásának megszervezését.

II. A kötelező óraszámmon belül 1 óra szabadon tervezhető. Ha ennek az óraszámnak a felét a helyi tanterv a matematika tanítására biztosítja, akkor a következő lehetőségeket javasoljuk:

a) Kéthetes ciklusonként 9 matematikaóra van; évi 166 óra:



b) Az első félévben 4, a másodikban 5 matematikaóra van. Ezzel biztosítható a 20-as számkörben a tanultak kellő begyakorlása.

III. Optimális változat a heti 4 alapóra + 1 szabadon tervezhető óra; évi 185 óra:



### Tanesszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 1.*, tankönyv

Hajdu Sándor: *Felmérő feladatsorok. Matematika 1. osztály*, tanulói segédlet (A javítási útmutatót a Program utolsó fejezete tartalmazza.)

Hajdu Sándor: *Matematika 1–2. Eszköztár*, tanulói segédlet (Vagy számkártyák, logikai lapok, színes korongok, pálcikák stb.)

Hajdu Sándor: *Matematika 1. Program*, tanítói segédlet

### Megjegyzések

1. Beiratkozáskor célszerű felhívni a szülők figyelmét a Hajdu Sándor–Scherlein Márta: *Mesélő fejtörő* című kiadványra, amely globálisan fejleszti a gyerekek képességeit, és előkészíti őket az iskolai tanulásra. A szülők, illetve az óvónők számára módszertani javaslatokat is tartalmaz.
2. Szeptember első heteiben célszerű integrált foglalkozásokat tartani. Az 1. osztályos tankönyv bevezető része sok olyan feladatot tartalmaz, amely komplex módon kapcsolódik több tantárgy célkitűzéseinek megvalósításához.

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképességnek, a problémamegoldó gondolkodás alapjainak, a matematikai tartalom képi, szóbeli és írásbeli kifejezőképességének fejlesztése. A szám- és művelet-fogalom, illetve a matematikai fogalomalkotás képességeinek alakítása. A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismertetése. A számolási rutin és a problémamegoldó gondolkodás, illetve a finommanipulációs képesség fejlesztése. Szövegértelmező képesség alakítása, a matematikatanulással kapcsolatos tevékenységformák megismerése, szokások kialakítása. Lényegkiemelő és problémamegoldó képesség formálása matematikai problémák ábrázolásával, szöveges megfogalmazásával.

### Jellemzők

Összóraszám: 120–150 tanítási óra attól függően, hogy a helyi tanterv hány órát biztosít a matematika tanítására.

Otthoni munkára javasolt idő: 35 óra.

A számтан, algebra témakör keretében foglalkozunk térbeli tájékozódást fejlesztő feladatok megoldásával, mennyiségek összehasonlításával, valószínűségi játékokkal, statisztikai adatok gyűjtésével, összefüggések vizsgálatával, sorozatok képzésével, függvénytáblázatok kitöltésével, különböző állítások igazságának eldöntésével stb. Ezért a fenti órakeret mintegy 20–30%-a az egyéb tantervi témakörökben megfogalmazott fejlesztési és oktatási célok megvalósítását is szolgálja.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	Minimumkövetelmény Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Számfogalom</b> Fogalmak, összefüggések megjelenítése tevékenységgel, modellel, rajzzal. Tárgyak, személyek, számok, mennyiségek, alakzatok összehasonlítása, szétválogatása, rendezése, rendszerezése egy (esetleg két) adott, illetve felismert szempont szerint. A természetes szám fogalmának megalapozása 0-tól 20-ig sokféle tevékenységgel, szemléltetéssel, tartalmi megközelítéssel. A számok írása, olvasása. A természetes szám mint véges halmaz számossága, mint sorszám, mint mérőszám, mint műveleti eredmény. A számok nagyság szerinti összehasonlítása, rendezése, a $>$ , $<$ , $=$ jelek megismerése, használata.	<i>Ismert halmaz elemeinek összehasonlítása, szétválogatása adott szempont szerint.</i> <i>Tárgyak megszámlálása és leszámllálása 20-ig egyesével, kettesével, mennyiségek megmérése, kimérése. Számok írása, olvasása, helyes használata. A kétjegyű szám bontása 10-nek és egy egyjegyű számnak az összegére.</i> <i>Számok, mennyiségek nagyság szerinti összehasonlítása, sorba rendezése növekvő, illetve csökkenő sorrendben. A sorszám fogalmának ismerete, helyes használata, írása, olvasása. Számszomszédok megállapítása. Adott számok helyének megkeresése egyesével beosztott számegyenesen.</i>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Ismerkedés a számegyenessel. A számegyenes alkalmazása a számfogalom és a műveletfogalom alakításában.</p> <p>A természetes számok elemi tulajdonságai: számszomszédok, páros és páratlan, egyjegyű és kétjegyű számok fogalma.</p> <p>Kombinatorikus gondolkodásmód alkalmazása elemek, lehetőségek, megoldások kiválasztásában, összegyűjtésében, elrendezésében a matematika különböző témaköreiben (például számok bontott alakjainak felsorolásában).</p> <p><b>Műveletfogalom és műveletvégzés</b></p> <p>Az összeadás és kivonás fogalmának, különböző értelmezéseinek megalapozása a 20-as számkörben sokféle tevékenységgel.</p> <p>Az összeadás és kivonás elemi tulajdonságainak, az összeadás és kivonás kapcsolatának felismertetése.</p> <p>Az összeadás és kivonás begyakorlása, többféle kiszámítási mód megismerése, alkalmazása. A változások megfigyelése, megfogalmazása, leírása matematikai jelekkel. Többféle megoldás keresése. Az előzőekkel kapcsolatos állítások igazságának eldöntése, állítások tagadása.</p> <p>Nyitott mondatok kiegészítése konkrét alaphalmaz elemeivel.</p> <p>Számokkal, műveletekkel, relációkkal, mennyiségekkel kapcsolatos kifejezések megismerése, használata, a számok közötti összefüggések felismerése, megfogalmazása, lejegyzése relációs jelekkel, műveletekkel.</p>	<p><i>Páros, páratlan, egyjegyű, kétjegyű szám fogalmának ismerete, helyes használata.</i></p> <p><i>Konkrét számok, számhalmazok tulajdonságairól megfogalmazott állítások igazságának eldöntése.</i></p> <p><i>Tevékenységről, rajzról, egyszerű szövegről tanult összefüggések megfigyelése, leolvasása, megfogalmazása matematikai jelekkel (esetleg tanítói segítő kérdések alapján).</i></p> <p>Tevékenységről, rajzról, egyszerű szövegről tanult fogalmak, összefüggések önálló megfigyelése, leolvasása, megfogalmazása szöveggel, matematikai jelekkel.</p> <p><i>Az összeadás és a kivonás különböző értelmezéseinek alkalmazása a 20-as számkörben. Összeadás és kivonás írása rajzról. A számegyenesen való lépegetés mint összeadás, illetve kivonás.</i></p> <p><i>Összeadás és kivonás 10 és 20 között (a 10-es számkörben begyakoroltak analógiájára). Gyakorlottság két szám összegének és különbségének meghatározásában a tíz átlépésével is.</i></p> <p><i>Számok bontása két szám összegére, számok összeg- és különbségalakjainak felsorolása.</i></p> <p><i>Kétjegyű számok bontása két szám összegére, az egyik tag 10.</i></p> <p>Kéttagú összeg hiányzó tagjának pótlása.</p> <p>Kivonásban a hiányzó kivonandó, illetve kisebbítendő meghatározása.</p> <p>Három-, négytagú összeg kiszámítása.</p> <p>Páros számok bontása két egyenlő tag összegére.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Szövegértelmezés és szövegkészítés</b></p> <p>Az összeadással és kivonással kapcsolatos szöveges feladatok feldolgozása tárgyi tevékenységgel, játékkal, rajzzal, a matematikai modell megkeresése, a feladat megoldása.</p> <p>Szöveg megfogalmazása tevékenységről, rajzról, műveletről.</p> <p><i>III. óraszámváltozat esetén:</i> (Kiegészítésként javasolt anyagrészek.)</p> <p>Ismerkedés a <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>\prec</math>, <math>\succ</math>, <math>\neq</math> relációkkal.</p> <p>Ismerkedés a római számírással.</p> <p>Kitekintés a 100-as számkörre.</p> <p>Ismerkedés egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásával.</p>	<p><i>Legegyszerűbb szöveges feladatok nem önálló olvasás alapján történő értelmezése, megoldása tárgyi tevékenységgel, rajzzal, műveletekkel (esetleg tanítói rávezető kérdések alapján).</i></p> <p>Egyszerű szöveges feladatok értelmezése, megoldása tevékenységgel, rajzzal, művelettel.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a gondolkodási műveletek, a számolási rutin, a szövegértelmező képesség fejlesztése változatos feladatok, tevékenységek segítségével. Összefüggéseket felismerő és rendező képesség fejlesztése. Rugalmas gondolkodásra, ötletgazdagságra való törekvés.

### Jellemzők

A felsorolt tartalmakat, tevékenységeket 1. osztályban nem tanítjuk önálló témakörként. Az ebbe a témakörbe tartozó feladatok feldolgozását eszközként használjuk a számtan, algebra, illetve a geometria, mérés témakörökhöz tartozó fogalmak elmélyítéséhez, a köztük lévő kapcsolatok feltárásához, a számolási rutin és a rugalmas problémamegoldó gondolkodás fejlesztéséhez, a kreatív attitűd alakításához.

Ezért az erre a témakörre fordított óraszám nem határozható meg egyértelműen.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések, függvények</b></p> <p>Számok, mennyiségek, formák, tárgyak, jelenségek stb. közti kapcsolatok megfigyelése, keresése, felismerése, megjelenítése például kiválasztással, összehasonlítással, párosítással, sorba rendezéssel, nyíljelöléssel. (Kisebb, nagyobb, ugyanannyi, több, kevesebb, egyenlő, ugyanolyan alakú, ugyanabba a csoportba tartozik stb.) Grafikonok.</p> <p>Formák, színezések, mennyiségek, számosságok változásának megfigyelése, felismerése. A változtatás végrehajtása adott vagy felismert szabály alapján.</p> <p>Táblázatok kitöltése szöveggel vagy egyenlettel adott, esetleg felismert szabály alapján. A szabály felírása többféle alakban, több szabály keresése.</p> <p><b>Sorozatok</b></p> <p>Számokból, formákból, mozgásokból stb. álló periodikus sorozatok folytatása.</p> <p>Sorozatok folytatása adott vagy felismert szabály alapján, lépegetés számegyenesen.</p>	<p><i>Számok, mennyiségek közti ismert kapcsolatok megjelenítése nyíljelöléssel, sorba rendezéssel, matematikai jelekkel.</i></p> <p><i>Számok bontásának táblázatba rendezése.</i></p> <p>Összetartozó elempárok keresése, egyszerű egyenlettel vagy szöveggel adott függvény táblázatának kitöltése.</p> <p><i>Periodikus sorozatok képzése. Ugyanazzal a számmal növekvő vagy csökkenő sorozatok folytatása a 20-as számkörben, adott szabály alapján.</i></p> <p>Sorozatok folytatása felismert szabály alapján.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a képi gondolkodás, a sík- és a térbeli tájékozódási képesség fejlesztése, a geometriai fogalomalkotás elemi képességeinek alakítása. A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismertetése. Az összehasonlító, megkülönböztető képesség alakítása mennyiségek tevékenységgel történő rendezése útján.

### Jellemzők

Összóraszám: 20–25 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 10–15 óra (figyelembe véve az önálló mérések, modellezések nagyobb időigényét).

A szám- és műveletfogalom kialakítása és elmélyítése szoros kapcsolatban van a méréssel, ezért a témakörhöz tartozó tartalmak és tevékenységek közel fele a számtan, algebra témakör feldolgozásába komplex módon beépítve jelenik meg.

Ugyanakkor a geometria, mérés 20–25 órájában is fejlesztjük a tanulók szám- és műveletfogalmát, összehasonlításokat, statisztikai adatgyűjtéseket végeztethetünk, összefüggéseket állapíthatunk meg stb.

A tananyag feldolgozásakor vegyük figyelembe a kerettantervnek a környezetismeretre és a technikára vonatkozó követelményeit.

### Kapcsolatok

A tananyag feldolgozásakor vegyük figyelembe a társtantárgyakra vonatkozó elvárásokat.

*Környezetismeret:*

Saját testhez viszonyított irányok. Évszakok, hónapok, nap, napszakok. Megfigyelés, összehasonlítás, csoportosítás a tanulók közvetlen környezetében lévő tárgyak körében.

*Technika:*

Becslés, mérés, rendezés. A vonalzó használata. Építés.

Ha a helyi tantervben a tanmenetek felépítésében is biztosítjuk a tantárgyak közötti koncentrációt (esetleg integrációt), akkor a különböző tantárgyakban tanított tartalmak egymást erősítik.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mennyiségek, mérések</b></p> <p>Ismerkedés különböző mennyiségekkel, mérőeszközökkel, a mérés, a mértékegység, a mérőszám fogalmával. Mérési tapasztalatok megfogalmazása.</p> <p>Tapasztalatszerzés a mértékegység és mérőszám közötti fordított arányosság megismertetésére.</p> <p>Hosszúságok összehasonlítása, sorba rendezése, becslése, a hosszúságméréssel kapcsolatos kifejezések (hosszú, rövid, széles, keskeny, magas, alacsony, mély stb.) használata. A centiméter, deciméter, méter megismerése. Mérés alkalmi mértékegységekkel (például kirakás színes rudakkal), centiméterrel, deciméterrel, méterrel.</p> <p>Úrtartalmak összehasonlítása, sorba rendezése, becslése.</p> <p>Mérés alkalmi mértékegységekkel, literrel, deciliterrel.</p>	<p><i>Hosszúság és úrtartalom összehasonlítása, megmérése és kimérése választott mértékegységgel, az eredmény megfogalmazása a tanult kifejezésekkel.</i></p> <p>A centiméter és a deciméter, illetve a liter és a deciliter fogalma, a köztük lévő kapcsolatok ismerete, alkalmazása.</p> <p>20 cm-nél nem nagyobb távolságok megmérése, kimérése centiméterrel, a vonalzó használata.</p> <p>A tanult mértékegységek használata szám- és egyszerű szöveges feladatokban.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Tömegek összemérése (egyensúlyozás), ismerkedés a kilogrammal.</p> <p>Események időbeli lefolyásának, időtartamának megfigyelése. Évszakok, hónapok, hét, nap, napszakok, óra.</p> <p><b>Tájékozódás, helymeghatározás</b></p> <p>Tájékozódás térben. Irányok, irányváltások. A térbeli tájékozódással kapcsolatos kifejezések (alatta, fölötte, mellette, előtte, mögötte, közötté, jobbra, balra stb.) használata.</p> <p><b>Alakzatok előállításának vizsgálata</b></p> <p>Ismerkedés geometriai formákkal, geometriai tulajdonságokkal. Testek építése, alakzatok előállítsa. Alakzatok tulajdonságainak megfigyelése, alakzatok szétválogatása tulajdonságok alapján.</p> <p>A tengelyes szimmetria fogalmának előkészítése, tengelyesen szimmetrikus formák vizsgálata, előállítása kirakással, papírkivágással stb.</p> <p>Tapasztalatszerzés elemi geometriai tulajdonságok fogalmának előkészítésére.</p>	<p>A hét, nap, óra időtartamok helyes alkalmazása.</p> <p><i>A térbeli tájékozódást szolgáló legfontosabb kifejezések megértése, helyes használata, helymeghatározás a tanult kifejezésekkel.</i></p> <p><i>Alakzatok közül a háromszög, a négyszög, az ötszög és a kör felismerése, kiválasztása.</i></p> <p>Térbeli és síkbeli alakzatok azonosítása és megkülönböztetése néhány megfigyelt geometriai tulajdonság alapján.</p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A rendszerezőképesség, a megfigyelőképesség és a matematikai szemléletmód fejlesztése. A matematika iránti érdeklődés felkeltése matematikai játékok segítségével.

### Jellemzők

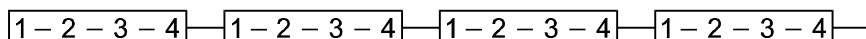
A szám- és műveletfogalom kialakításával kapcsolatosan foglalkozunk e témakörhöz tartozó feladatokkal is, ezért összórászám külön nem határozható meg.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Valószínűségi játékok, például kockadobások kimeneteleinek megfigyelése. A „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” események elkülönítése.</p> <p>A tanuló mindennapi életével kapcsolatos statisztikai adatok gyűjtése, lejegyzése, ábrázolása. Oszlopdiagram értelmezése, előállítás. Sejtések megfogalmazása, tapasztalatok összevetése sejtésekkel, megállapításokkal.</p>	

## 2. osztály

### Javasolt óraszám

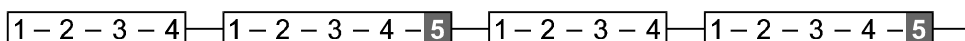
I. A kerettanterv alapóraszámja heti 4 óra; évi 148 óra:



Ebben az esetben feltétlen javasoljuk a „leszakadók” felzárkóztatásának megszervezését.

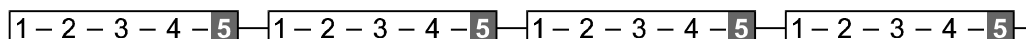
II. A kötelező óraszámmon belül 1 óra szabadon tervezhető. Ha ennek az óraszámnak a felét a helyi tanterv a matematika tanítására biztosítja, akkor a következő lehetőségeket javasoljuk:

a) Kéthetes ciklusonként 9 matematikaóra van; évi 166 óra:



b) Az első félévben 5, a másodikban 4 matematikaóra van. Ezzel biztosítható az elemi számolási ismeretek megfelelő elsajátítása, begyakorlása.

III. Optimális változat a heti 4 alapóra + 1 szabadon tervezhető óra; évi 185 óra:



### Taneszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 2.*, tankönyv

Hajdu Sándor: *Felmérő feladatsorok. Matematika 2. osztály*, tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 1–2. Eszköztár*, tanulói segédlet (Vagy számkártyák, logikai lapok, színes korongok, pálcikák stb.)

Hajdu Sándor: *Matematika 2. Program*, tanítói segédlet

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképességnek, a problémamegoldó gondolkodás alapjainak, a matematikai tartalom képi, szóbeli és írásbeli kifejezőképességének és a matematikai fogalomalkotás képességeinek fejlesztése. Az önálló, logikus, rugalmas, kreatív gondolkodóképesség alakítása. Kétkedés, ellenőrzés, igazolás, indoklások megfogalmazása. A matematika-tanulással kapcsolatos tevékenységformák, szokások bővülése, erősítése.

Kombinatorikus gondolkodásmód alkalmazása számok, műveletek, lehetőségek, megoldások kiválasztásában, összegyűjtésében, elrendezésében.

A szám- és műveletfogalom elmélyítése, tartalmi bővítése, e fogalmak kiterjesztése nagyobb számkörre. A számolási rutin fejlesztése. Analógiás gondolkodás, absztrakció. Viszonyítási képesség fejlesztése. Algoritmusok követése. Emlékezetfejlesztés.

A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismertetése.

A bővülő ismeretkörrel kapcsolatosan a szaknyelv helyes használata. Egyszerű, illetve összetettebb szöveges feladatok értelmezése, eleinte tanítói felolvasás, majd önálló, néma olvasás alapján. A matematikai modell felírása, a feladat megoldása, a megoldás ellenőrzése, értelmezése (ismerkedés a diskusszió alapjaival), többféle megoldás keresése.

### Jellemzők

Összóraszám: 120–140 tanítási óra a helyi tanterv összóraszámának megfelelően.

Otthoni munkára javasolt idő: 30–40 óra.

A számtan, algebra témakör keretében foglalkozunk számok különböző tulajdonságok szerinti rendezésével, rendszerezésével, állítások igazságának eldöntésével, mennyiségek összehasonlításával, összefüggések vizsgálatával, sorozatok folytatásával, függvénytáblázatok kitöltésével, statisztikai adatok gyűjtésével, értelmezésével, lejegyzésével, valószínűségi kísérletekkel. Ezért a fenti órakeret mintegy 20–25%-a az egyéb tantervi témakörökben megfogalmazott fejlesztési célok megvalósítását is szolgálja.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Számfogalom</b></p> <p>Fogalmak, összefüggések megjelenítése tevékenységgel, modellel, rajzzal.</p> <p>A 100-as számkörben halmazok, mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása. Halmazok elemeinek szétválogatása, rendezése, rendszerezése egy és két adott, illetve felismert szempont szerint. A változások és összefüggések megfigyelése, megfogalmazása, leírása matematikai jelekkel.</p> <p>A számfogalomról tanultak kiterjesztése a 100-as számkörre.</p> <p>A kerek tízesek fogalmának különféle megközelítése. Az alakiérték, helyiérték, tényleges érték fogalmának előkészítése.</p> <p>A kétjegyű szám mint egy kerek tízes és egy egyjegyű szám összege.</p> <p>A 100-nál nem nagyobb számok írása római számírással az I, V, X, L, C jelek segítségével.</p>	<p><i>A 100-as számkörben adott számok, mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása, rendszerezése, szétválogatása, rendezése többféleképpen, adott szempontok szerint. Ezzel kapcsolatosan igaz állítások megfogalmazása, illetve állítások igazságának eldöntése. Halmazok összehasonlítása.</i></p> <p>Viszonyítások: nagyobb, több, hányszor akkora megfogalmazása.</p> <p>Darabszám, mérőszám használata.</p> <p><i>Biztos számfogalom a 100-as számkörben:</i></p> <p><i>Elemek meg- és leszámllálása egyesével, kettesével, tízesével 100-ig.</i></p> <p><i>Az egyjegyű és kétjegyű szám fogalma, a kétjegyű számok bontása tízesek és egyesek összegére. A számok írása, olvasása 100-ig, nagyság szerinti összehasonlításuk, felsorolásuk növekvő, illetve csökkenő sorrendben.</i></p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Kétjegyű számok nagyság szerinti összehasonlítása, sorba rendezésük. Ábrázolásuk egyesével beosztott számegyenesen. Számok közelítő helye a többféle beosztású számegyenesen. A számok egyes, tízes, páros, páratlan szomszédai. A páros, páratlan szám fogalmának általánosítása, elmélyítése. Meg- és leszámolás kettesével, hármásával, négyesével, ötösével, tízesével. Oszthatóság (2-vel, 5-tel, 10-zel, ...) vizsgálata a soralkotás és a szorzótábla közvetlen alkalmazásával.</p> <p>A természetes szám mint mérőszám.</p> <p>Ismerkedés mennyiségek legegyszerűbb törtrészeivel.</p> <p>Kitekintés az 1000-es számkörre.</p> <p><b>Műveletfogalom és műveletvégzés</b></p> <p>Az összeadásról és kivonásról tanultak kiterjesztése a 100-as számkörre sokféle tevékenységre, illetve analógiára építkezve. Többféle kiszámítási mód megismerése, alkalmazása, begyakorlása. Az összeadás és kivonás elemi tulajdonságainak, az összeadás és kivonás kapcsolatának felismertetése, alkalmazása. Tapasztalatgyűjtés az összeg és különbség változásairól.</p> <p>A szorzás értelmezése: egyenlő tagok összeadása darabszámmal, mennyiségekkel, számegyenesen való lépegetéssel stb. Következtetés egyről többre. A szorzás tényezői felcserélhetőségének, a szorzótáblák közötti kapcsolatoknak, a szorzat változásainak felismertetése, ezek alkalmazása a szorzótáblák megtanulásában. A szorzótáblák begyakorlása.</p> <p>Az osztás értelmezése: az osztás mint a szorzás fordított művelete, az osztás mint bennfoglalás, mint részekre osztás. Következtetés többről egyre.</p>	<p><i>Az =, &lt;, &gt; jelek helyes használata. Számok helyének megtalálása az egyesével beosztott számegyenesen. Az egyes, illetve a tízes számszomszédok megállapítása. Számok közti kapcsolatok.</i></p> <p><i>Számok néhány tulajdonságának ismerete. A páros és a páratlan számok fogalma, felismerése.</i></p> <p><i>A sorszám fogalmának ismerete, írása, olvasása, helyes használata.</i></p> <p>A páros és a páratlan számok legfontosabb tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. A számok rendezése legfeljebb két szempont szerint. Viszonyítások: mennyivel több (kevesebb), hányszor akkora.</p> <p><i>A négy alapművelet fogalma és biztos elvégzése a 100-as számkörben:</i></p> <p><i>Az összeadás és kivonás különféle értelmezései kép, tevékenység, szöveg stb. alapján, elvégzése a 100-as számkörben. Az összeadás és a kivonás megjelenítése számegyenesen való lépegetéssel. Az összeadás és a kivonás kapcsolatának ismerete.</i></p> <p>Az összeg tagjai felcserélhetőségének ismerete, alkalmazása.</p> <p><i>A szorzás értelmezése, a szorzótáblák ismerete és alkalmazása, következtetés egyről többre. A szorzat megjelenítése számegyenesen való lépegetéssel, illetve téglalapos elrendezéssel.</i></p> <p><i>Az osztás értelmezése a tanult szorzótáblákhoz kapcsolódóan: az osztás mint a szorzás fordított művelete, mint bennfoglalás, mint részekre osztás. Az osztás alkalmazása, következtetés többről egyre.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Tapasztalatgyűjtés a hányados változásairól. A maradékos osztás értelmezése, alkalmazása a tanult szorzótáblákhoz kapcsolódóan.</p> <p>Mennyiségek, kétjegyű számok kétszerese, páros számok fele. Műveletek helyes sorrendjének megismerése, alkalmazása, zárójelek használata. Több műveletből álló feladatsorok. Kétjegyű számok szorzása egyjegyűvel a 100-as számkörön belül, ismerkedés kétjegyű számok egyjegyűvel való osztásával, ha a hányados kétjegyű.</p> <p><b>Összefüggések, kapcsolatok, szövegértelmezés és szövegkésztítés</b></p> <p>A számokkal, műveletekkel kapcsolatos feladatokban összefüggések vizsgálata, többféle megoldás keresése. Az előzőekkel kapcsolatos igaz, illetve hamis állítások igazságának eldöntése. Állítások tagadása. Ismerkedés a logikai „és”-sel.</p> <p>Nyitott mondat felírása tevékenységről, ábráról, szövegről.</p> <p>Nyitott mondatok igazságtartalmának megkeresése.</p> <p>Alaphalmaz, részhalmaz, kiegészítő halmaz szerepe nyitott mondat megoldásában.</p> <p>Egyszerű, majd a matematikai tartalom bővülésével fokozatosan összetettebb szöveges feladatok a számokról, műveletekről tanultak értelmezésére, elmélyítésére, gyakorlására.</p> <p>A szöveges feladatok megoldása kapcsán az adatok lejegyzése, az összefüggések megállapítása, a számítás tervének (esetleg többféle alakban történő) elkészítése, az eredmény meghatározása, ellenőrzése és értelmezése a szöveg alapján, válasz megfogalmazása.</p> <p>Szöveg megfogalmazása tevékenységről, rajzról, műveletekről.</p>	<p>A szorzat tényezői felcserélhetőségének ismerete, alkalmazása. Maradékos osztás a szorzótáblák alkalmazásával.</p> <p>Hiányos összeadásban, kivonásban, szorzásban, osztásban a hiányzó komponens megkeresése. A számok közötti kapcsolatok műveletekkel történő megjelenítése.</p> <p>Összetett számfeladatok megoldása, a műveletek helyes sorrendjének ismerete, alkalmazása. Zárójelek használata. Kétjegyű számok szorzása egyjegyű számmal a 100-as számkörben. Kétjegyű páros számok felének meghatározása.</p> <p>Nyitott mondatba számok, mennyiségek, alakzatok behelyettesítése.</p> <p>Nyitott mondat igazzá tétele.</p> <p>Nyitott mondat készítése szövegről, ábráról.</p> <p><i>Egy művelettel leírható egyszerű szöveges feladat értelmezése, megoldása.</i></p> <p><i>Lejegyzés (ábrázolás).</i></p> <p><i>Terv, műveletek kijelölése.</i></p> <p><i>Számolás.</i></p> <p><i>Ellenőrzés.</i></p> <p><i>Válasz megfogalmazása.</i></p> <p>Legfeljebb két művelettel leírható egyszerű szöveges feladat önálló olvasással történő értelmezése, megoldása.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a gondolkodási műveletek, a számolási rutin, a szövegértelmező képesség fejlesztése változatos feladatok, tevékenységek segítségével. Rugalmas, kreatív gondolkodásra, ötletgazdagságra való törekvés. A valóság és a matematika különös kapcsolatának felismertetése.

### Jellemzők

Az itt felsorolt tartalmakat, tevékenységeket nem tanítjuk önálló témakörként, hanem eszközként használjuk a számtan, algebra, illetve geometria, mérés témakörökhöz tartozó fogalmak elmélyítésére, a köztük lévő kapcsolatok feltárására, a számolási rutin és a rugalmas problémamegoldó gondolkodás fejlesztésére, a kreatív attitűd alakítására. A témakör feldolgozására szánt óraszám nem határozható meg egyértelműen.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések, függvények</b></p> <p>Számok, mennyiségek, formák, tárgyak, jelenségek stb. közti kapcsolatok megfigyelése, keresése, felismerése, megjelenítése például kiválasztással, összehasonlítással, párosítással, sorba rendezéssel, nyíljelöléssel stb.</p> <p>Táblázattal adott kapcsolatok értelmezése, szöveggészítés táblázat alapján.</p> <p>Táblázatok kitöltése szöveggel vagy egyenlettel adott, illetve felismert szabály alapján. A szabály felírása többféle alakban.</p> <p><b>Sorozatok</b></p> <p>Tárgy-, rajz-, jel- és számsorozatok kiegészítése, folytatása adott vagy felismert összefüggés szerint. A kapcsolat szavakkal, műveletekkel való kifejezése (különbségsorozat, hányadossorozat). A sorozat tulajdonságainak megfigyelése (növekedés, csökkenés, periodikusság stb.).</p> <p>2-vel, 3-mal, 4-gyel, ..., 10-zel növekvő, illetve csökkenő sorozatok folytatása, a szabály felismerése.</p>	<p><i>A bővülő tartalomnak megfelelően számok, mennyiségek, alakzatok közti felismert kapcsolatok megjelenítése különböző módon. Egyszerű tapasztalati függvények.</i></p> <p><i>Táblázat kitöltése adott szabály szerint.</i></p> <p>Táblázattal adott függvényhez szabály keresése, annak felismerése, hogy több szabály is lehetséges. Szöveggel adott függvény szabályának meghatározása, táblázatának kitöltése.</p> <p><i>Ugyanazzal a számmal növekvő vagy csökkenő sorozatok képzése.</i></p> <p>Néhány elemével adott sorozathoz szabály(-ok) keresése, a sorozat folytatása.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a képi gondolkodás, a síkbeli és a térbeli tájékozódási képesség fejlesztése. A geometriai fogalomalkotás elemi képességeinek alakítása. Alkotóképesség, kreativitás. Kombinatorikus gondolkodásmód alkalmazása lehetőségek, megoldások kiválasztásában, síkidomok, testek előállításában. A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismertetése. Tudatos eszközhasználat. Pontosság.

### Jellemzők

Összóraszám: 20–30 tanítási óra a helyi tanterv összóraszámának megfelelően.

Otthoni munkára javasolt idő: 10–15 óra (figyelembe véve a mérések, modellezések időigényét).

A szám- és műveletfogalom kialakítása és elmélyítése szoros kapcsolatban van a méréssel, ezért a témakörhöz tartozó tartalmak és tevékenységek közel fele a számtan, algebra témakör feldolgozásába komplex módon beépítve jelenik meg.

Ugyanakkor a geometria, mérés 20–30 órájában is fejlesztjük a tanulók szám- és műveletfogalmát, összehasonlításokat, statisztikai adatgyűjtéseket végeztethetünk, összefüggéseket állapíthatunk meg stb.

### Kapcsolatok

A 2. osztályos geometria, mérések témakör egyes tananyagait a társtantárgyak (technika, rajz, környezetismeret) kerettantervei is tartalmazzák. Ezeknek az ismereteknek a tantervekben történő összehangolása lehetőséget biztosít arra, hogy kevesebb idő alatt mélyebben és hatékonyabban tudjuk feldolgozni a tananyagot.

#### *Környezetismeret:*

Becslések, egyszerű mérések alkalmilag választott és szabvány egységekkel (m, dm, cm, kg, dkg, l, dl, óra, perc, nap, hét, hónap, év). Tájékozódás az időben. Időmérések végzése, mértékegységeinek használata. Különböző mérések elvégzése a saját testen.

#### *Technika:*

Makett építése látszati rajz alapján építőelemekből. A becslés és a méretmegadás gyakorlása. A kicsinyítés és a nagyítás fogalma.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Mennyiségek, mérések</b> A különböző mennyiségekről, mérőeszközökről tanultak kibővítése, elmélyítése, alkalmazásuk a bővülő számkör figyelembevételével. Gyakorlati mérések.	

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Hosszúságok összehasonlítása, sorba rendezése, becslése, a hosszúságmé- réssel kapcsolatos kifejezések használa- ta. A centiméter, deciméter, méter fogal- ma, kapcsolatuk. Mérés alkalmi mérték- egységekkel, centiméterrel, deciméterrel, méterrel.</p> <p>Úrtartalmak összehasonlítása, sorba ren- dezése, becslése. A liter, deciliter és centiliter fogalma, kapcsolatuk. Mérés alkalmi mértékegységekkel, literrel, decili- terrel, centiliterrel.</p> <p>Tömegek összehasonlítása, a kilogramm, a dekagramm és a köztük lévő kapcsolat.</p> <p>Az időmérés egységei (év, hónap, hét, nap, óra, perc). Események időbeli lefo- lyásának, időtartamának megfigyelése.</p> <p>Mértékegységek átváltása. Tapasztalat- szerzés a mértékegység és a mérőszám közötti fordított arányosság felismerteté- sére.</p> <p>Szöveges feladatok. Műveletek mennyi- ségekkel.</p> <p><b>Síkidomok, testek, transzformációk</b></p> <p>Ismerkedés geometriai formákkal, geo- metriai tulajdonságokkal.</p> <p>Tapasztalatszerzés elemi geometriai tu- lajdonságok fogalmának előkészítésére. A tengelyes szimmetria fogalmának bő- vítése, tengelyesen szimmetrikus formák vizsgálata, előállítása kirakással, hajtoga- tással, papírkivágással stb.</p> <p>Különböző sokszögek vizsgálata. A tégl- lalap és a négyzet fogalma. Tapasztalat- szerzés a téglalap és négyzet legfonto- sabb tulajdonságainak felismertetésére.</p> <p>Testek építése (például színes rúdból, modellező készletből). Testek másolása modellről. A téglatest és a kocka fogalma, legszembetűnőbb tulajdonságaik vizsgá- lata.</p>	<p><i>Hosszúságok összehasonlítása, megmé- rése, egyenes vonalon adott hosszúságú szakasz kimérése. A méter, a deciméter, a centiméter és a köztük lévő kapcsolat ismerete.</i></p> <p><i>Úrtartalmak összehasonlítása, a liter, a deciliter, a centiliter és a köztük lévő kap- csolat ismerete.</i></p> <p><i>Tömegek összehasonlítása, a kilogramm, a dekagramm és a köztük lévő kapcsolat ismerete.</i></p> <p><i>Az időmérés egységeinek (év, hónap, hét, nap, óra, perc) ismerete.</i></p> <p>A hosszúság-, az idő-, a tömeg- és az úrtartalommérésről tanultak alkalmazása gyakorlati mérésekben szöveges felada- tokban. Műveletek mennyiségekkel. Mér- tékegységek átváltása.</p> <p><i>Az alakzatok közül a kör, a háromszög, a négyyszög, az ötszög kiválasztása.</i></p> <p>Alakzatok tükrösségének vizsgálata tü- körrel, hajtogatással.</p> <p>Síkidomok előállításának vizsgálata.</p> <p>A hatszög, hétszög stb. felismerése. A négyszögek közül a téglalapok, a tégl- alapok közül a négyzetek kiválasztása.</p> <p>A testek közül a téglatest, a téglatestek közül a kocka kiválasztása, az élek, la- pok, csúcsok felismerése, számbavétele.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
Síkidomok, illetve testek csoportosítása, rendezése egy-két adott vagy felismert szempont szerint, síkidomok előállítás, másolása. Vonalzó, sablon használata. A tapasztalatok szóbeli megfogalmazása. A kerület és a terület fogalmának alapozása. A hasonlóság és egybevágóság fogalmának alapozása.	Síkidomok, illetve testek rendezése legfeljebb két szempont szerint.

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség és a matematikai szemléletmód fejlesztése, a mindennapi élet és a matematika közötti kapcsolatok felfedeztetése. Szóbeli és képi kifejezőképesség fejlesztése. Kombinatorikus képesség fejlesztése, a valószínűségi szemlélet alapozása.

### Jellemzők

A tanítás során nem jelenik meg önálló témakörként. Összóraszám: nem határozható meg.

### Kapcsolatok

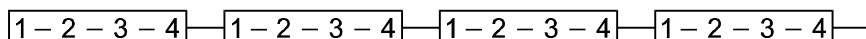
A statisztikai adatok gyűjtése, feldolgozása szoros kapcsolatban van mennyiségek mérésével, és azon keresztül a környezetismeret témakörével.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
A tanuló mindennapi életével kapcsolatos statisztikai adatok gyűjtése, lejegyzése. Egyszerű valószínűségi kísérletek kimeneteleinek megfigyelése, lejegyzése, Az adatok táblázatba rendezése, szemléltetése grafikonnal, oszlopdiagrammal. Táblázatok, grafikonok értelmezése. A „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” események elkülönítése. A mindennapi élet véletlen jelenségeinek megfigyelése, lejegyzése.	

### 3. osztály

#### Javasolt óraszám

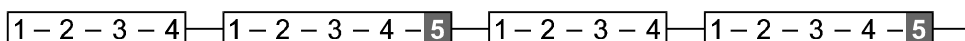
I. A kerettanterv alapóraszama heti 4 óra; évi 148 óra:



Ebben az esetben feltétlen javasoljuk a „leszakadók” felzárkóztatásának megszervezését.

II. A kötelező óraszámmon belül 1 óra szabadon tervezhető. Ha ennek az óraszámnak a felét a helyi tanterv a matematika tanítására biztosítja, akkor a következő lehetőségeket javasoljuk:

a) Kéthetes ciklusonként 9 matematikaóra van; évi 166 óra:



b) Az első félévben 5, a másodikban 4 matematikaóra van. Ez a megosztás lehetővé teszi, hogy viszonylag korán foglalkozzunk az írásbeli osztással, és kellően begyakoroltassuk ezt az algoritmust.

III. Optimális változat a heti 4 alapóra + 1 szabadon tervezhető óra; évi 185 óra:



#### Taneshközők

Hajdu Sándor: *Matematika 3.*, tankönyv

Hajdu Sándor: *Matematika 3. Gyakorló*, tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 3–4. Feladatgyűjtemény*, tehetséggondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Felmérő feladatsorok. Matematika 3. osztály*, tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 3. Program*, tanítói segédlet

Czeglédy István–Hadházy Jenő: *Matematika 3–5. Eszköztár*, tanulói segédlet

### Számтан, algebra

#### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a gondolkodási műveletek, az önálló, fegyelmezett, logikus, problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. A rugalmas, ötletgazdag gondolkodás alapjainak alakítása többféle megoldás keresésével. Egyszerű kombinatorikus feladatokban a lehetőségek előállítás, rendezése. Kombinatorikus gondolkodásmód alkalmazása a matematika különböző témaköreiben. A matematikai tartalom képi, szóbeli és írásbeli kifejezőképességének fejlesztése. A matematikatanulással kapcsolatos tevékenységformák, szokások bővítése, erősítése.

A szám- és műveletfogalom elmélyítése, tartalmi bővítése, e fogalmak kiterjesztése nagyobb számkörre. Szöveges feladatok, egyszerű matematikai szövegek megértése, értelmezése, megjelenítése tevékenységgel, önálló, néma olvasás alapján. A szaknyelv helyes használata.

A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése, alkalmazása, továbbépítése.

A számolási rutin fejlesztése, a fegyelmezett algoritmikus gondolkodás elemeinek alakítása. A becslés képességének fejlesztése. A műveletfogalom és a műveleti tulajdonságokról tanultak kiterjesztése az írásbeli műveletekre.

### Jellemzők

Összóraszám: 110–130 tanítási óra a helyi tanterv összóraszámától függően.

Otthoni munkára javasolt idő: 30–40 óra.

A 3. osztályban is tudatosan törekszünk a témakörök összeszövésére, a matematikai tartalom komplex feldolgozására.

Így a számtan-algebra tárgyalása során a fogalmak elmélyítéséhez, a köztük levő kapcsolatok feltárásához eszközszerűen alkalmazzuk a halmazok vizsgálatát, állítások igazságának eldöntését, a kombinatorikus gondolkodásmódot.

A számtan-algebra témakörében feldolgozott ismereteket folyamatosan alkalmazzuk függvények értelmezésére, sorozatok képzésére, folytatására, nyitott mondatok megoldására, statisztikai megfigyelések értelmezésére, feldolgozására, mértékegységek átváltására stb. Ezért a fenti órakeret mintegy 20–30%-ában kapcsolódik az egyéb tantervi témakörökben megfogalmazottakhoz.

Hangsúlyozzuk, hogy a szövegértelmező képesség fejlesztése minden tantárgy, és ezen belül is a matematika kiemelt feladata. Ezért **a matematikára fordított idő mintegy 30%-ában szöveges feladatot kell megoldatnunk.**

Ez a tanterv – a tantervi minimumhoz képest – 2000-es számkörben dolgozza fel a tananyagot, és tartalmazza az egyjegyűvel való osztást is. Így élünk a jogszabály adta lehetőséggel, hogy a kerettanterv tananyagát mintegy 20%-kal bővítsük. Ez a többlet a tanítási tapasztalat szerint a heti 4 óra matematikatanítás mellett sem okoz gondot. Ugyanakkor jelentősen enyhíti a felsőbb évfolyamokon jelentkező időhiányt.

A 10 000-es számkörre való kitekintést csak heti 5 matematikaóra mellett, átlagosnál jobb tanulócsoportokban javasoljuk.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Számfogalom</b></p> <p>Fogalmak, összefüggések megjelenítése tevékenységgel, modellel, rajzzal.</p> <p>A 2000-es számkör elemeinek, mennyiségeknek a megfigyelése, összehasonlítása, szétválogatása, rendezése, rendszerezése egy és két adott, illetve felismert szempont szerint.</p>	<p><i>Az 1000-es számkörben adott számok, mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása, rendezése, szétválogatása, rendszerezése különböző (egyszerre egy) adott szempontok szerint. Igaz, hamis állítások megfogalmazása, állítások igazságának eldöntése. Számhalmazok legfontosabb tulajdonságainak felismerése.</i></p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A változások és összefüggések megfigyelése, megfogalmazása, leírása matematikai jelekkel. Többféle megoldás keresése. Az előzőekkel kapcsolatosan, a fogalmak és a köztük lévő kapcsolatok tudatosítása és a logikus gondolkodás fejlesztése céljából igaz, illetve hamis állítások megfogalmazása, állítások igazságának eldöntése. A „nem”, „és”, „van olyan ...”, „minden”, „egyik sem”, „nem mind” kifejezések alkalmazása konkrét, véges halmazokkal kapcsolatban.</p> <p>A természetes számokról tanultak kiterjesztése a 2000-es számkörre.</p> <p>A természetes szám mint halmazok számossága és mint mérőszám.</p> <p>A tízes számrendszer fogalma, számok alakiértéke, helyiértéke, tényleges értéke. Számok bontása, képzése helyiérték szerint. Számok különböző alakjai (összeg, sorozat stb.).</p> <p>Római számírás 2000-ig az I, V, X, L, C, D, M jelekkel.</p> <p>Számok kerekítése tízesre, századra, ezresre. Számok közelítő helye a tízes, száz, esetleg más beosztással adott számegyenesen.</p> <p>Számok összehasonlítása, rendezése.</p> <p>Az osztó, többszörös fogalma.</p> <p>Kétjegyű számok oszthatóságának vizsgálata a szorzótáblák alkalmazásával, 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal osztható számok a 2000-es számkörben.</p> <p>Egyéb oszthatósági feladatok az osztás alkalmazásával.</p> <p><i>III. óraszámváltozat esetén:</i> (Kiegészítésként javasolt anyagrés.) Kiteiktés a 10 000-es számkörre.</p>	<p>A 2000-es számkörben adott számok megfigyelése, összehasonlítása, rendezése, szétválogatása, rendszerezése egy vagy két adott vagy felismert szempont szerint. Alaphalmaz különböző részalmazainak jellemzése az elemek közös tulajdonságával. Elemek elhelyezése halmazábrában, táblázatban. Igaz, hamis állítások megfogalmazása, illetve állítások igazságának eldöntése, a „nem”, „és”, „van olyan ...”, „minden” kifejezések megértése, alkalmazása.</p> <p><i>Biztos számfogalom az 1000-es számkörben. Számlálás tízesével, százásával az 1000-es számkörben.</i></p> <p><i>Egyjegyű, kétjegyű, háromjegyű szám fogalmának ismerete.</i></p> <p><i>Háromjegyű számok bontása századok, tízesek, egyesek összegére. Az alakiérték, helyiérték, tényleges érték ismerete, alkalmazása. A számok írása, olvasása 1000-ig. Nagyság szerinti összehasonlításuk. Felsorolásuk növekvő, illetve csökkenő sorrendben. Az =, &lt;, &gt; jelek helyes használata.</i></p> <p><i>Számok közelítő helyének megtalálása a tízesével, százásával beosztott számegyenesen.</i></p> <p><i>A számok egyes, tízes, századok szomszédainak megállapítása. Számok kerekítése tízesre, századra.</i></p> <p><i>A páros, páratlan, ötten, tízzel, százal osztható számok felismerése, a fogalmak alkalmazása a számok szétválogatásában, rendszerezésében.</i></p> <p>A minimális teljesítményben felsorolt követelményeket ezen a szinten a 2000-es számkörben várjuk el. Ennek megfelelően a négyjegyű szám fogalmát, helyiérték szerinti bontását is megkövetelhetjük. Továbbá: számok közelítő helyének megtalálása a húszával, ötvenesével, kétszázával, ötszázával beosztott számegyenesen.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Negatív számok (előkészítés)</b> A negatív szám fogalmának előkészítése, többféle modell megismerése, lépegetés számegyenesen.</p> <p><b>Törtek (előkészítés)</b> Mennyiségek törtrészének fogalma, előállítása, kiszámítása, modellezése, összehasonlítása. Törtrész kiegészítése 1 egészre, az 1 egész előállítása a törtrész ismeretében.</p> <p><b>Műveletfogalom és műveletvégzés</b> A négy alpművelet értelmezése a 2000-es számkörben. Szóbeli számolási eljárások a 200-as számkörben, analóg számítások kerek tízesekkel, százasokkal a 2000-es számkörben. Szorzás és osztás 10-zel és 100-zal. Műveleti tulajdonságok (tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága, összeg, különbség szorzása, osztása) és műveletek közti összefüggések vizsgálata, alkalmazása. Annak megfigyelése, hogy hogyan változik a műveleti eredmény, ha az egyes összetevőket változtatjuk. Írásbeli összeadás, kivonás, egyjegyűvel való szorzás és osztás. Az írásbeli műveletek eredményének becslése, az eredmény ellenőrzése a becslött értékkel való összevetéssel. A közelítő érték és a valódi érték összehasonlítása. A kivonás és osztás ellenőrzése az inverz művelet alkalmazásával is.</p>	<p>Modellről, rajzról negatív értékek leolvasása, illetve negatív értékek megjelenítése.</p> <p><i>Modellről, rajzról egyszerű törtrész leolvasása, illetve törtrész megjelenítése.</i></p> <p><i>A négy alpművelet értelmezése tevékenység, számegyenesen való lépegetés, modell, rajz, szöveg, mérés stb. alapján.</i></p> <p><i>Az összeadás és kivonás biztos elvégzése szóban a 100-as számkörben. Háromjegyű számok összegének, különbségének becslése kerek százasokkal számolva. Az írásbeli összeadás és kivonás biztos elvégzése az 1000-es számkörben. (Az összeg 3-4 tagú is lehet.) Az összeadás tagjai felcserélhetőségének, az összeadás és kivonás kapcsolatának ismerete és alkalmazása. Az eredmény ellenőrzése a becslött értékkel való összevetéssel, a kivonás ellenőrzése összeadással is.</i></p> <p><i>A szorzás és osztás biztos elvégzése szóban a szorzótáblák közvetlen alkalmazásával. Kerek tízesek szorzása egyjegyű számmal szóban az 1000-es számkörben. Számok szorzása 10-zel, kerek tízesek osztása 10-zel.</i></p> <p><i>Az egyjegyűvel való írásbeli szorzás biztos elvégzése az 1000-es számkörben. Az eredmény ellenőrzése a becslött értékkel való összevetéssel.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Összetett számfeladatokban a műveletek sorrendje, zárójelek alkalmazása.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, illetve egy lépésben következtetéssel.</p> <p>Egyenlőtlenségek igazsághalmazának ábrázolása számegyenesen.</p> <p><b>Összefüggések, kapcsolatok, szövegértelmezés és szövegkészítés</b></p> <p>A bővülő ismeretkörrel kapcsolatos nyitott mondatok igazsághalmazának megkeresése próbálgatással.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása az írásbeli műveletek alkalmazásával is. Következtetés 1-ről többre, többről 1-re.</p> <p>A szöveges feladat megoldásmenetének tudatosítása: Az adatok lejegyzése. A megoldási terv meghatározása, felírása matematikai jelekkel, az eredmény becslése, kiszámítása. Az eredmény ellenőrzése, értelmezése a szöveg alapján. Több megoldás keresése, összehasonlítása. Matematikai modell (sorozatok, táblázatok, rajzok, nyíldiagramok, grafikonok) használata a szöveges feladatok megoldásához.</p>	<p>Az összeadás és kivonás biztos elvégzése szóban a 200-as számkörben, 0-ra végződő számok összeadása, kivonása a 2000-es számkörben.</p> <p>A kerek tízesekkel való számolás, alkalmazása az írásbeli összeadás, kivonás és szorzás eredményének becslésében.</p> <p>Az írásbeli osztás eredményének becslése két érték közé szorítással. A négy alapművelet írásbeli elvégzése a 2000-es számkörben. Az eredmény ellenőrzése.</p> <p><i>Két műveletet tartalmazó összetett számfeladatok megoldása, a műveletek sorrendjének és a zárójelek használatának ismerete és alkalmazása.</i></p> <p>Kettőnél több műveletet is tartalmazó számfeladatok megoldása.</p> <p>A műveletek közötti kapcsolatok felhasználása ismeretlen összetevő megkeresésére egy, esetleg két lépésben, egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, esetleg következtetéssel.</p> <p><i>Ismert alaphalmaz elemeiről annak eldöntése, hogy igazzá tesznek-e egy adott nyitott mondatot vagy sem.</i></p> <p><i>Fogalmak, összefüggések felismerése tevékenységről, rajzról, modellről.</i></p> <p><i>Egy művelettel megoldható egyszerű szöveges feladat értelmezése, az adatok lejegyzése, az összefüggések felismerése, a terv elkészítése, az eredmény becslése, kiszámítása a szóbeli és írásbeli műveletek alkalmazásával. Az eredmény ellenőrzése a becsült értékkel való összehasonlítással, illetve kivonás és osztás esetén az inverz művelettel is. Szöveges válasz megfogalmazása.</i></p> <p>Összetettebb szöveges feladatok megoldása, önálló néma olvasás alapján is.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a felismerő- és alkotóképesség, a számolási rutin, a rugalmas, ötletgazdag, problémamegoldó gondolkodás sokoldalú fejlesztése. A matematikai modellek alkalmazhatóságának felismerése. A döntési képesség formálása.

### Jellemzők

Összóraszám: 5–10 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 3–4 óra.

Az itt felsorolt tartalmak, tevékenységek kis részét tanítjuk önálló témakörként. Nagyobbik része eszközként szolgál a számtan, algebra, illetve geometria, mérés és a valószínűség, statisztika témakörök tanulása során.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések, függvények</b></p> <p>Megfigyelések, mérések, szöveggel adott függvények számadatainak táblázatba rendezése. Kapcsolatok ábrázolása nyíl-diagrammal, oszlopdiagrammal, grafikonnal. Grafikonok, diagramok olvasása.</p> <p>Táblázattal, szöveggel, grafikonnal adott függvények szabályának keresése, megfogalmazása szóban, egyenlettel. Többféle szabály keresése, a szabály megfogalmazása többféleképpen.</p>	<p><i>Táblázattal, diagrammal, grafikonnal adott összefüggések összetartozó értékpárjainak leolvasása. Táblázat kiegészítése egyszerű szabály alapján.</i></p> <p>Táblázattal, diagrammal, grafikonnal adott összefüggések értelmezése, a kapcsolatok felismerése. Táblázattal, szöveggel adott függvény szabályának leírása, a táblázat kiegészítése.</p>
<p><b>Sorozatok</b></p> <p>Sorozatok folytatása, kiegészítése adott szabály szerint. Néhány elemével adott sorozathoz különféle szabály keresése.</p>	<p><i>Állandó különbségű sorozat szabályának felismerése, a sorozat folytatása.</i></p> <p>A sorozat szabályának megfogalmazása. Sorozat folytatása adott vagy felismert szabály alapján.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A bővülő tartalom feldolgozásával a megfigyelőképesség, a fogalomalkotó és problémamegoldó képi gondolkodás, a térszemlélet fejlesztése. Képesség absztrakt geometriai fogalmak megalkotására. Azoknak a képességeknek és szemléletnek az alapozása, amelyek lehetővé teszik a matematika alkalmazását más tantárgyakban és a mindennapi életben. A matematika és a valóság kapcsolatának építése. Kreatív gondolkodás fejlesztése.

### Jellemzők

Összóraszám: 25–35 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 10–15 óra.

A szám- és műveletfogalom kialakítása és elmélyítése szoros kapcsolatban van a méréssel, a különböző mértékegységek átváltásával, alkalmazásával. Ezért a tanulási folyamatban komplex módon összeszővődhet e két témakör. A mérések lehetőséget biztosítanak az eredmények statisztikai rendezésére, feldolgozására, diagramokon, grafikonokon történő megjelenítésére is.

### Kapcsolatok

A 3. osztályos geometria, mérések témakör tananyagának mintegy fele megtalálható a társtantárgyak (környezetismeret, technika, rajz) tananyagában is. A társtantárgyaknak szükségük van ezeknek az ismereteknek a matematikai megalapozására. A matematikai fogalmakat életszerűvé teszi, hogy ezeket az ismereteket a társtantárgyakban alkalmazzuk. A kapcsolatok megfelelő kiaknázásával nem csak mélyebbé tesszük az ismereteket, hanem időt is megtakarítunk.

#### *Környezetismeret:*

Becslések, egyszerű mérések szabvány egységekkel (m, dm, cm, mm, t, kg, dkg, g, l, dl, cl, ml, óra, perc, másodperc, °C). Testünk mérhető tulajdonságai. A tárgyak alaprajza. Kicsinyítés rajzolással. Útvonalrajzok, térképvázlatok, térképszerű ábrázolások ismert terepről. A térképvázlaton útvonalak bejelölése, bejárása.

#### *Technika:*

Egyszerű épületmakettek irányított készítése megadott alaprajz szerint. Méretek leolvasása rajzokról. A rajz és a tárgy megfeleltetése. A mérési eredmények feljegyzése. Mérés centiméter pontossággal, mérési eredmények. Helyes anyag-, idő- és pénzbeosztás.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mennyiségek, mérések</b></p> <p>Hosszúságok becslése (a tízesre, százásra kerekítésről tanultak alkalmazásával), összehasonlítása, megmérése, kimérése milliméterrel, centiméterrel, deciméterrel, méterrel. A kilométer fogalma. Átváltások.</p> <p>Űrtartalmak becslése (a kerekítésről tanultak alkalmazásával), összehasonlítása, megmérése, kimérése alkalmi mértékegységgel, milliliterrel, centiliterrel, deciliterrel, literrel. A hektoliter fogalma. Átváltások.</p> <p>Tömegek becslése, összehasonlítása, megmérése, kimérése alkalmi mértékegységgel, dekagrammal, kilogrammal. A gramm, a tonna fogalma. Átváltások.</p> <p>Az időmérésről tanultak felelevenítése.</p> <p>Napok átváltása órákra, órák átváltása percekre stb. (Az írásbeli szorzásról, osztásról tanultak alkalmazása.)</p> <p>A másodperc fogalma. Átváltások.</p> <p>Egység, mennyiség, mérőszám kapcsolata.</p> <p>Alaprajzok, nézeti rajzok, térképek értelmezése, mérés és tájékozódás teremben, iskolaudvaron, parkban stb. alaprajz, térkép segítségével.</p> <p>Hosszúságok leolvasása látszati rajzokról, alaprajzokról (ismerkedés szintjén).</p>	<p><i>Hosszúságok, űrtartalmak, tömegek összehasonlítása tevékenységgel, megmérésük, kimérésük alkalmi, illetve a tanult mértékegységekkel. A mérőeszközök és használatuk ismerete.</i></p> <p><i>A tanult mértékegységek közti kapcsolatok ismerete. A mértékegység és mérőszám kapcsolatának megállapítása.</i></p> <p>Mérésekkel kapcsolatos legegyszerűbb átváltások végrehajtása (2000-es számkörön belül maradva).</p> <p>Méréssel kapcsolatos ismeretek alkalmazása gyakorlati problémákban, szöveges feladatok értelmezésében, megoldásában. A mérések pontosságának meghatározása.</p> <p><i>A gyermek mindennapi életével kapcsolatos időtartamok mérése.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Alakzatok előállítás, vizsgálata</b></p> <p>Síkidomok, testek vizsgálata, szétválogatása, osztályozása különböző szempontok szerint (tapasztalatgyűjtés).</p> <p>Transzformációk végrehajtása, rács, parkettázás, kirakás stb. segítségével. Adott transzformáció szabályának megkeresése (nagyítás, kicsinyítés, egybevágóság, nyújtás, zsugorítás, torzítás stb.). Egybevágósági transzformációk felhasználása alakzatok tulajdonságainak vizsgálatában, különböző szimmetriák megsejtetése, megkülönböztetése. Tengelyesen tükrös alakzatok előállítása, kirakás, nyírás, hajtogatás, tükrözés. A vonalzó és körző használata.</p> <p>Párhuzamos és merőleges egyenespárok vizsgálata, előállítása, felismerése, fogalma síkban és térben. Ismerkedés a derékszög fogalmával. Szögek összehasonlítása a derékszöggel, elfordulások mérése derékszöggel (fő világtájak, óra).</p> <p>A téglalapról és a négyzetről tanultak fellevenítése (oldalak, csúcsok), a tükrötengelyek megrajzolása, a téglalap párhuzamos és merőleges oldalpárjainak megkeresése.</p> <p>A téglatestről és a kockáról tanultak fellevenítése (élek, lapok, csúcsok), kiegészítése. Testek építése szabadon és adott feltételek szerint. A térfogat mérése alkalmi egységekkel. Párhuzamos és merőleges egyenesek keresése a testeken.</p> <p>Sokszögek kerületének meghatározása konkrét esetekben.</p> <p>A terület fogalmának és a területszámításnak az előkészítése, sokszögek lefedése különböző alakú és méretű lapokkal. Térfogat mérése alkalmi mértékegységekkel, kirakással.</p>	<p><i>Testek építése modelltől.</i></p> <p><i>Síkidomok előállítása.</i></p> <p><i>Párhuzamos és merőleges egyenespárok felismerése síkban.</i></p> <p><i>Alakzatok tükrösségének felismerése esetleg eszközzel.</i></p> <p><i>A téglalap és a négyzet felismerése, legfontosabb tulajdonságaik felsorolása, megmutatása rajzról. A téglalap és a négyzet közti kapcsolat ismerete.</i></p> <p><i>A téglatest és a kocka felismerése, a köztük lévő kapcsolat ismerete.</i></p> <p><i>Párhuzamos és merőleges egyenespárok felismerése a térben is.</i></p> <p><i>Síkbeli tükrözés végrehajtása építéssel, négyzetrácson stb.</i></p> <p><i>Egybevágó síkidomok felismerése és kiválasztása konkrét alaphalmaz esetén.</i></p> <p><i>A síkidomokkal, testekkel kapcsolatos elnevezések (oldal, csúcs, szemközti, szomszédos, illetve csúcs, él, lap) helyes használata az alakzatok vizsgálata során.</i></p> <p><i>Konkrét esetekben a téglalap és a négyzet kerületének mérése és számítása.</i></p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség és a matematikai szemléletmód fejlesztése, a mindennapi élet és a matematika közötti kapcsolatok felfedeztetése. Kifejezőképesség fejlesztése a sejtések megfogalmazásával. Logikus gondolkodás fejlesztése.

### Jellemzők

A számtan, algebra, a geometria, mérés, illetve az összefüggések, függvények, sorozatok témakörökkel kapcsolatosan foglalkozunk e témakörhöz tartozó feladatokkal is. Az összóraszám nem határozható meg.

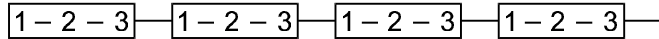
Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Valószínűségi kísérletek kimeneteleinek megfigyelése. A kimenetek gyakoriságának meghatározása. Sejtések megfogalmazása, összehasonlításuk az eredménnyel. A valószínűbb és a kevésbé valószínű események megkülönböztetése („biztos”, „lehetséges”, „lehetetlen”). A tanuló mindennapi életével kapcsolatos véletlen események megfigyelése, lejegyzése.</p> <p>Statisztikai adatok, mérési eredmények megfigyelése, gyűjtése, táblázatba rendezése, megjelenítése oszlopdiagrammal, grafikonnal.</p> <p>Táblázatból, grafikonról, diagramról adatok leolvasása, értelmezése, elemzése.</p> <p>Két adat számtani közepének értelmezése.</p>	<p><i>Statisztikai adatok leolvasása táblázatból, grafikonról, diagramról.</i></p> <p>A tanuló mindennapi életével kapcsolatos statisztikai adatok, mérési eredmények összegyűjtése, táblázatba rendezése, diagramok, grafikonok készítése.</p> <p>A biztos és a véletlen megkülönböztetése konkrét tapasztalatszerzés útján.</p>



## 4. osztály

### Javasolt óraszám

I. A kerettanterv alapóraszám a heti 3 óra; évi 111 óra:



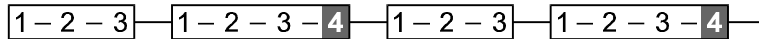
*Megjegyzés:* A fejlett országok körében egyedülállóan alacsony óraszám. Általában alapelv, hogy ennek a korosztálynak mindennap legyen matematikaórája. A korábbi tantervek Magyarországon is tartották magukat ehhez az alapelvhez.

Ebben az esetben, ha nem tervezzük meg a felzárkóztatást, akkor **a leszakadó tanulók reménytelen helyzetbe kerülnek a felső tagozaton.**

A redukált tananyag miatt mintegy 40–50 órával terheljük meg az 5. osztályos matematikaoktatást úgy, hogy annak órakerete nem növekedett, és korábbi tananyaga sem csökkent.

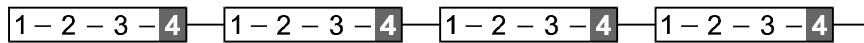
II. A szabadon tervezhető 1 órának a felét megkapja a matematika:

a) Kéthetes ciklusonként 7 matematikaóra van; évi 129 óra:



b) Az első félévben 3, a másodikban 4 matematikaóra van. Ez a megosztás kissé enyhítheti a felső tagozatba lépéssel járó gondokat.

III. A szabadon tervezhető 1 órát teljes egészében a matematikatanítás számára biztosítja a helyi tanterv. Évi 148 óra:



### Tanesszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 4.*, tankönyv (2003/2004-es tanévig)

Hajdu Sándor: *Matematika 4. A*, alapszintű tankönyv (2004/2005-ös tanévtől)

Hajdu Sándor: *Matematika 4. B*, tankönyv, bővített változat (2004/2005-ös tanévtől)

Hajdu Sándor: *Matematika 4. Gyakorló*, tanulói segédlet (2003/2004-es tanévig)

Hajdu Sándor: *Matematika 4. A Gyakorló*, alapszint (2004/2005-ös tanévtől)

Hajdu Sándor: *Matematika 4. B Gyakorló*, bővített változat (2004/2005-ös tanévtől)

Hajdu Sándor: *Matematika 3–4. Feladatgyűjtemény*, tehetség gondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Felmérő feladatsorok. Matematika 4. osztály*, tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 4. Program*, tanítói segédlet

Czeglédy István–Hadházy Jenő: *Matematika 3–5. Eszköztár*, tanulói segédlet

Az alapszintű tankönyv és gyakorló csupán a kerettantervben előírt redukált tananyagot tartalmazza. A bővített változat ad lehetőséget a fenti 2., illetve 3. óraszámvariációban adott tanulás megszervezésére.

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, az önálló, fegyelmezett, logikus, problémamegoldó, rugalmas, ötletgazdag gondolkodás alakítása.

A matematikai tartalom képi, szóbeli és írásbeli kifejezőképességének fejlesztése. A matematikatanulással kapcsolatos tevékenységformák, szokások bővítése, erősítése.

A bővülő matematikai tartalomnak megfelelően a matematikai fogalomalkotás képességeinek fejlesztése. A szám- és műveletfogalom elmélyítése, tartalmi bővítése, e fogalmak kiterjesztése nagyobb számkörre. Kombinatorikus gondolkodásmód alkalmazása az elemek kiválasztása, sorba rendezése, a lehetőségek előállítás, elrendezése táblázatban, fadiagramon. Az összes eset keresése.

A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése, alkalmazása.

A számolási rutin fejlesztése, a fegyelmezett, algoritmikus gondolkodás alakítása. A gondolkodási műveletek, illetve a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

Az önállóság növelése a feladatok szövegének értelmezésében, megoldási algoritmusok kialakítása és alkalmazása. A helyes tanulási szokások erősítése.

### Jellemzők

Összóraszám: 70–100 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 20–40 óra.

A számтан, algebra témakör feldolgozásába komplex módon beépülnek az egyéb témakörhöz tartozó tartalmak, tevékenységek.

III. óraszámváltozat esetén lehetőség nyílik a kétjegyű osztóval való osztás bekapcsolására, és a 100 000-es számkör „belakására”. Ennél is fontosabb, hogy sokkal mélyebben foglalkozhatunk a tanultak alkalmazásával, van időnk a hiányosságok pótlására és a tehetség gondozásra.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Számfogalom</b> A természetes számokról tanultak kiterjesztése 20 000-ig. A természetes szám mint halmazok számossága és mint mérőszám. A tízes számrendszer fogalma, számok alakértéke, helyiértéke, tényleges értéke. Számok bontása, képzése helyiérték szerint. Fogalmak, összefüggések megjelenítése tevékenységgel, modellel, rajzzal.	<i>A 10 000-es számkörben adott számok, mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása, rendezése, szétválogatása, rendszerezése különböző adott szempont szerint. Igaz, hamis állítások megfogalmazása, állítások igazságának eldöntése, a „nem”, „és”, „van olyan ...”, „minden” kifejezések megértése.</i>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A 20 000-es számkör elemeinek, mennyiségeknek megfigyelése, összehasonlítása, szétválogatása, rendezése, rendszerezése egy, több adott, illetve felismert szempont szerint. A változások és összefüggések megfigyelése, megfogalmazása, leírása matematikai jelekkel. Többféle megoldás keresése. Igaz, illetve hamis állítások megfogalmazása, állítások igazságának eldöntése. A „nem”, „és”, „van olyan ...”, „minden”, „nincs olyan ...”, „egyik sem”, „nem minden” kifejezések használata. Ismerkedés a logikai „vagy”-gyal.</p> <p>Számok kerekítése tízesre, századra, ezresre, tízezresre.</p> <p>Számok közelítő helye a tízes, százaz, ezres, esetleg más beosztással adott számegyenesen. Számok összehasonlítása, rendezése.</p> <p>Római számírás az I, V, X, L, C, D, M jelekkel.</p> <p>Számok összeg-, különbség-, hányados- és összetett alakjai.</p> <p><i>III. óraszámváltozat esetén:</i></p> <p>A fenti ismeretrendszer kiterjesztése a 100 000-es (esetleg 1 000 000-s) számkörré.</p>	<p>A 20 000-es számkörben adott számok megfigyelése, összehasonlítása, rendezése, szétválogatása, rendszerezése egy vagy két adott vagy felismert szempont szerint. A „nem”, „és”, „van olyan ...”, „minden” kifejezések használata.</p> <p><i>Biztos számfogalom a 10 000-es számkörben. Számlálás tízesével, százazával, ezresével a 10 000-es számkörben.</i></p> <p><i>Egyjegyű, kétjegyű, háromjegyű négyjegyű szám fogalmának ismerete.</i></p> <p><i>Számok bontása ezresek, százazok, tízesek, egyesek összegére. Az alakiérték, helyiérték, tényleges érték ismerete, alkalmazása.</i></p> <p><i>A számok írása, olvasása 10 000-ig. Nagyság szerinti összehasonlításuk. Felsorolásuk növekvő, illetve csökkenő sorrendben. Az =, &lt;, &gt; jelek helyes használata.</i></p> <p><i>Számok közelítő helyének megtalálása a tízesével, százazával, ezresével beosztott számegyenesen.</i></p> <p><i>A számok egyes, tízes, százaz szomszédainak megállapítása. Számok kerekítése tízesre, századra, ezresre.</i></p> <p><i>A páros, páratlan, ötten, tízzel, százazal, ezerrel osztható számok felismerése.</i></p> <p>A minimális teljesítményben felsorolt követelményeket ezen a szinten a 20 000-es számkörben várjuk el. Ennek megfelelően az ötjegyű szám fogalmát, helyiérték szerinti bontását is megkövetelhetjük. Továbbá: számok közelítő helyének megtalálása a húszazával, ötvenesével, kétszázazával, ötszázazával stb. beosztott számegyenesen.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Negatív számok (előkészítés)</b></p> <p>A negatív szám fogalmának előkészítése, többféle modell megismerése, lépegetés számegyenesen.</p> <p><b>Törtek (előkészítés)</b></p> <p>Mennyiségek törtrészének fogalma, előállítása, kiszámítása, modellezése, összehasonlítása. Törtrész kiegészítése 1 egészre, az 1 egész előállítása a törtrész ismeretében.</p> <p><b>Műveletfogalom és műveletvégzés</b></p> <p>Szóbeli számolási eljárások a 20 000-es számkörben, analóg számítások kerek tízesekkel, százásokkal, ezresekkel stb. a 20 000-es számkörben. Szorzás és osztás 10-zel, 100-zal és 1000-rel. Műveleti tulajdonságok és műveletek közti összefüggések vizsgálata, alkalmazása. Annak megfigyelése, hogy hogyan változik a műveleti eredmény, ha az egyes összetevőket változtatjuk.</p> <p>Írásbeli összeadás és kivonás, illetve szorzás kétjegyű szorzóval, osztás egyjegyű osztóval. Az eredmény becslése, ellenőrzése a becslött értékkel való összevetéssel, illetve az inverz művelet alkalmazásával.</p> <p><i>II. óraszámváltozat esetén:</i></p> <p>Ismerkedés a kétjegyű osztóval való írásbeli osztással.</p>	<p><i>Hőmérőről negatív értékek leolvasása, változások felismerése.</i></p> <p>Különböző modellről, rajzról, számegyenesről negatív értékek leolvasása, a köztük lévő viszony megállapítása.</p> <p><i>Mennyiségek felének, harmadának, negyedének, tizedének felismerése, meghatározása.</i></p> <p>Formák, mennyiségek, számok kis nevezőjű törtrészének előállítása, kiszámítása, összehasonlítása (a számláló 1-nél nagyobb is lehet).</p> <p><i>A négy alpművelet értelmezése tevékenység, számegyenesen való lépegetés, modell, rajz, szöveg, mérés stb. alapján.</i></p> <p><i>Számok összegének, különbségének becslése kerekített értékekkel.</i></p> <p><i>Az írásbeli összeadás és kivonás biztos elvégzése a 10 000-es számkörben.</i></p> <p><i>Az összeadás tagjai felcserélhetőségének, az összeadás és kivonás kapcsolatának ismerete és alkalmazása. Az eredmény ellenőrzése a becslött értékkel való összevetéssel, a kivonás ellenőrzése összeadással is. A műveletekkel kapcsolatos elnevezések használata.</i></p> <p><i>A szorzás és osztás biztos elvégzése szóban a szorzótáblák közvetlen alkalmazásával.</i></p> <p><i>Kerek tízesek szorzása egyjegyű számmal szóban a 10 000-es számkörben.</i></p> <p><i>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, ... A kétjegyűvel való írásbeli szorzás és az egyjegyű osztóval való írásbeli osztás biztos elvégzése a 10 000-es számkörben. Az eredmény ellenőrzése.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><i>III. óraszámváltozat esetén:</i> Írásbeli osztás kétjegyű osztóval. A tanult írásbeli műveletek alkalmazása a 100 000-es számkörben, különös tekintettel a becslésekre.</p> <p>Összetett számfeladatok megoldása, műveletek sorrendje, zárójelek használata. A 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal, 1000-rel osztható számok.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, illetve egy lépésben következtetéssel.</p> <p>Egyenlőtlenségek igazsághalmazának ábrázolása számegyenesen.</p> <p><b>Összefüggések, kapcsolatok</b></p> <p>Nyitott mondatok igazsághalmazának megkeresése egyszerű esetben következtetéssel, tervszerű próbálgatással.</p> <p>Alaphalmaz, részhalmaz és kiegészítő halmaz kapcsolatának értelmezése.</p> <p>Egyszerű, illetve összetettebb szöveges feladatok megoldása, egyszerű matematikai szövegek megértése, értelmezése önálló, néma olvasás alapján. A szaknyelv helyes használata. A szükséges és felesleges adatok szétválasztása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása az írásbeli műveletek alkalmazásával is. Következtetés 1-ről többre, többről 1-re, többről többre. A szöveges feladat megoldásmenetének tudatosítása. Többféle megoldási menet keresése.</p> <p><i>III. óraszámváltozat esetén:</i> A szöveges feladatok adatait a 100 000-es számkörből is választhatjuk. A kétjegyű osztóval történő írásbeli osztás alkalmazása szöveges feladatok megoldásában. Következtetés többről többre.</p>	<p>A minimumszintű követelmények kiterjesztése a 20 000-es számkörre.</p> <p>A kétjegyű számmal való írásbeli osztás eredményének becslése, a művelet elvégzése, ellenőrzése.</p> <p><i>Legfeljebb 2-3 műveletet tartalmazó összetett számfeladatok megoldása, a műveletek sorrendjének és a zárójelek használatának ismerete és alkalmazása.</i></p> <p>Háromnál több műveletet is tartalmazó számfeladatok megoldása.</p> <p>A műveletek közötti kapcsolatok felhasználása ismeretlen összetevő megkeresésére egy, esetleg két lépésben, egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, esetleg következtetéssel.</p> <p><i>Fogalmak, összefüggések felismerése tevékenységről, rajzról, modellről.</i></p> <p>Nyitott mondatok igazsághalmazának megkeresése próbálgatással.</p> <p><i>Két művelettel megoldható egyszerű szöveges feladat értelmezése, az adatok lejegyzése, az összefüggések felismerése, a terv elkészítése, az eredmény becslése, kiszámítása a szóbeli és írásbeli műveletek alkalmazásával. Az eredmény ellenőrzése. Szöveges válasz megfogalmazása.</i></p> <p>Összetettebb, esetleg felesleges adatot is tartalmazó szöveges feladatok megoldása önálló néma olvasás alapján is. Több megoldás keresése.</p> <p>Elemek elhelyezése halmazábrában, táblázatban két szempont egyidejű figyelembevételével.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a számolási rutin, a rugalmas, ötletgazdag, problémamegoldó gondolkodás sokoldalú fejlesztése. A matematikai modellek alkalmazhatóságának felismerése. Lényegkiemelő és általánosító képesség fejlesztése, következmények meglátására való képesség fejlesztése. Rövid, tömör kifejezőképesség alakítása. Absztrakciós képesség alapozása.

### Jellemzők

Összóraszám: 5–15 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 3–4 óra.

Az itt felsorolt tartalmak, tevékenységek egy részét tanítjuk önálló témakörként. Másik része eszközként szolgál a számtan, algebra, illetve geometria, mérés és a valószínűség, statisztika témakörök tanulása során.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Összefüggések, függvények</b> Megfigyelések, mérések, szöveggel adott függvények számadatainak táblázatba rendezése. Kapcsolatok ábrázolása nyíl-diagrammal, oszlopdiagrammal, grafikonnal. Grafikonok, diagramok építése olvasása. Táblázattal, szöveggel, grafikonnal adott függvények szabályának keresése, megfogalmazása szóban, egyenlettel stb. Többféle szabály keresése, illetve a szabály megfogalmazása többféle alakban. Hozzárendelések, leképezések. Számszám függvények sokféle formában.	<i>Táblázattal, diagrammal, grafikonnal adott összefüggések összetartozó értékpárjainak leolvasása. Táblázat kiegészítése adott szabály alapján.</i> Táblázattal, diagrammal, grafikonnal adott összefüggések értelmezése, a kapcsolatok felismerése. Megfigyeléssel, méréssel nyert adatokból táblázatok, diagramok, grafikonok készítése. Táblázattal adott függvény szabályának leírása, esetleg többféle alakban. Táblázat kiegészítése összetettebb egyenlettel adott, illetve felismert szabály alapján. Szöveggel adott függvény szabályának felírása, táblázat kitöltése.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Sorozatok</b></p> <p>Sorozatok folytatása, kiegészítése adott szabály szerint. Néhány elemével adott sorozathoz különféle szabály keresése.</p> <p>Különbség- és hányadossorozat képzése. Számítási sorozatok 10., 20., 100. elemének megállapítása.</p> <p>Adatok sorozatba rendezése, a folytatásra vonatkozó sejtések megfogalmazása.</p>	<p><i>Állandó különbségű sorozat szabályának felismerése, a sorozat folytatása adott vagy felismert szabály alapján.</i></p> <p>Sorozat elemei közti összefüggés felismerése, a sorozatképzés szabályának megfogalmazása esetleg többféle alakban. Néhány elemével megadott sorozathoz többféle szabály keresése.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A bővülő tartalom feldolgozásával a megfigyelőképesség, a fogalomalkotó és problémamegoldó képi gondolkodás, a térszemlélet fejlesztése. Azoknak a képességeknek és szemléletnek az alakítása, amelyek lehetővé teszik a matematika alkalmazását más tantárgyakban és a mindennapi életben. Konstruktív képesség alakítása. Helymeghatározás képességének fejlesztése.

### Jellemzők

Összóraszám: 25–45 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 10–15 óra.

A szám- és műveletfogalom kialakítása és elmélyítése szoros kapcsolatban van a méréssel, a különböző mértékegységek átváltásával, alkalmazásával. Ezért a tanulási folyamatban komplex módon összeszővődhet a két témakör. A mérések lehetőséget biztosítanak az eredmények statisztikai rendezésére, feldolgozására, diagramokon, grafikonokon történő megjelenítésére is.

A mérésekben, a mérésekhez kapcsolódó átváltásokban, számításokban a számkörbővítés ad lehetőséget a továbblépésre.

Az alakzatok vizsgálata során a gyermekek összetettebb gondolkodási műveletekre képesek, mint az előző években, ezért a felismert tulajdonságok, összefüggések absztraktabbak, általánosabbak, mélyebbek lehetnek.

### Kapcsolatok

A 4. osztályban különösen fontos, hogy a különböző tantárgyak azonos anyagrészeit tanmenetben és órarendben is összehangolt módon, mintegy „integrált tantárgy” keretében dolgozzuk fel. Így a különböző órákon tanultak erősítik egymást.

*Környezetismeret:*

Önálló mérés a gyakori szabvány mértékegységek alkalmazásával. Méréssor megtervezése, végzése.

Megfigyelések, mérések a testen. A mérések rögzítése tanítói segítséggel.

Tájékozódási gyakorlat a lakóhely térképével, egyszerű tájolóval. Egyszerű utazás megtervezése menetrend segítségével.

*Technika:*

A legkevesebb hulladékra törekvés a munkafolyamatokban.

A forma, a funkció és a méret közti összefüggések megállapítása és felhasználása a tervezés során.

A mérés és a rajzeszközök használatának gyakorlása. Alaprajz és nézet. Nézeti ábrázolás, méretrajz.

Egyszerű makett készítése, és a kész munka összehasonlítása a tervekkel.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mennyiségek, mérések</b></p> <p>Hosszúságok, úrtartalmak, tömegek becslése, összehasonlítása, megmérése, kimérése.</p> <p>Az időmérésről tanultak elmélyítése.</p> <p>Mértékegységek közötti átváltások a 10 000-es számkörön belül maradván.</p> <p>A mértékegységek és a köztük lévő kapcsolatok alkalmazása számításos, illetve szöveges feladatokban.</p> <p>Alaprajzok, nézeti rajzok, térképek értelmezése, készítése. Tájékozódás alaprajz, térkép segítségével.</p>	<p><i>Hosszúságok, úrtartalmak, tömegek összehasonlítása, megmérésük, kimérésük alkalmi, illetve a szabványos mértékegységekkel. A mérőeszközök ismerete és használatuk. A gyermek mindennapi életével kapcsolatos időtartamok mérése.</i></p> <p><i>A tanult mértékegységek közti kapcsolatok ismerete.</i></p> <p>Mérésekkel kapcsolatos legegyszerűbb átváltások végrehajtása.</p> <p>Méréssel kapcsolatos ismeretek alkalmazása szöveges feladatok értelmezésében, megoldásában.</p>
<p><b>Alakzatok előállítás, vizsgálata</b></p> <p>Síkidomok, testek vizsgálata, csoportosításuk egyidejűleg 2-3 szempont szerint is. Testek másolása modellről. Testek építése adott feltételek szerint testekből, lapokból. Testháló készítése, tervezése, összeállítása: téglalap, kocka.</p> <p>Különböző transzformációk végrehajtása rács, parkettázás, kirakás, tükrözés, vetítés, elforgatás stb. segítségével. Térbeli és síkbeli tükröképek előállítása.</p>	<p><i>Adott feltételeknek megfelelő geometriai alakzatok építése síkban, térben.</i></p> <p><i>Párhuzamos és merőleges egyenespárok felismerése síkban és térben.</i></p> <p><i>Alakzatok tükrösségének felismerése.</i></p> <p><i>A téglalap és a négyzet tulajdonságainak felsorolása, megmutatása rajzról. Téglalap és négyzet közti kapcsolat ismerete.</i></p> <p><i>A téglalapról és a kocka felismerése, a köztük lévő kapcsolat ismerete.</i></p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A hasonlósági és az egybevágósági transzformációk felismerése, megkülönböztetése egyéb transzformációktól. Nagyítás, kicsinyítés szemléletes fogalma, alkalmazásuk alaprajzok, nézeti rajzok értelmezésében, készítésében.</p> <p>Párhuzamos és merőleges egyenesek, síkok. A derékszög fogalma. Szögmérés derékszög felével, negyedével.</p> <p>A téglalapról, négyzetről, téglatestről, kockáról korábban tanultak elmélyítése. Téglatestek építése, vizsgálata.</p> <p>Sokszögek területének meghatározása.</p> <p>A terület fogalmának és a területszámításnak az előkészítése, sokszögek sokféle átdarabolása, lefedésük különböző alakú és méretű lapokkal.</p> <p>A térfogatmérés fogalmának előkészítése. Téglatest térfogatának meghatározása különböző alkalmi egységekkel, kirkással, építéssel.</p>	<p>Konkrét esetekben a téglalap és a négyzet területének, területének mérése és számítása.</p> <p>Párhuzamos és merőleges egyenespárok felismerése a térben is.</p> <p>Síkbeli tükrözés végrehajtása építéssel, négyzetrácson stb.</p> <p>Egybevágó síkidomok felismerése és kiválasztása konkrét alkalmazás esetén.</p> <p>A síkidomokkal, testekkel kapcsolatos elnevezések (oldal, csúcs, szemközti, szomszédos, illetve csúcs, él, lap) helyes használata az alakzatok vizsgálata során.</p> <p>A téglatest és a kocka tulajdonságainak felsorolása.</p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség és a matematikai szemléletmód fejlesztése, a mindennapi élet és a matematika közötti kapcsolatok felfedeztetése. A problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

### Jellemzők

A számtan, algebra, a geometria, mérés, illetve az összefüggések, függvények, sorozatok témakörökkel kapcsolatosan foglalkozunk e témakörhöz tartozó feladatokkal is. A témakörre fordított összóraszám nem határozható meg.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Valószínűségi kísérletek lehetséges kimeneteleinek előzetes megállapítása, sejtés megfogalmazása kísérletsorozatokban, a különböző események gyakoriságára vonatkozóan. Az események kimenetelének megfigyelése, lejegyzése, gyakoriságuk meghatározása, a sejtés és a kísérlet eredményének összehasonlítása. A kísérleti eredmények összevetése a sejtéssel, az eltérés megállapítása és magyarázata.</p> <p>A tanuló mindennapi életével kapcsolatos véletlen események megfigyelése, lejegyzése. Tapasztalatok szerzésével további fogalomalkotás előkészítése (a „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” események, törtszámok).</p> <p>A gyakoriság, valószínű, kevésbé valószínű értelmezése konkrét példákon.</p> <p>Statisztikai adatok, mérési eredmények megfigyelése, gyűjtése, táblázatba rendezése, megjelenítése oszlopdiagrammal, grafikonnal.</p> <p>Táblázatból, grafikonról, diagramról adatok leolvasása, értelmezése. Az „átlag” fogalmának bevezetése, használata adatok együttesének jellemzésére.</p>	<p><i>Statisztikai adatok, mérési eredmények leolvasása táblázatból, grafikonról, diagramról.</i></p> <p>A tanuló mindennapi életével kapcsolatos statisztikai adatok, mérési eredmények összegyűjtése, táblázatba rendezése, diagramok, grafikonok készítése.</p> <p>Egyszerű valószínűségi kísérletek lehetséges kimeneteleinek megállapítása, megfigyelése, lejegyzése, gyakoriságuk meghatározása.</p> <p>Példák megfogalmazása a „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” fogalmának használatával.</p>

## MATEMATIKA 5–8.

Ez a tanterv a kerettanterv koncepcióját, a tananyaggal és követelményekkel kapcsolatos előírásait figyelembe véve épül fel, és az „alapszint” számára megfogalmazott követelmények csak a következők miatt térhetnek el a kerettantervben előírtaktól:

1. A kerettantervben előírt tartalmat és követelményeket ki kell egészíteniünk úgy, hogy logikailag és didaktikailag egymásra épülő, belső ellentmondásokról és „hézagokról” mentes, alkalmazásra képes rendszer jöjjön létre.
2. Biztosítani kell az egyéb tantárgyak (természetismeret, informatika, fizika, kémia, technika, földrajz) számára azt a matematikai eszköztudást, amely lehetővé teszi, hogy a kerettantervben rögzített oktatási feladataikat megoldhassák.

A kerettantervben előírt tartalom és követelményrendszer nem alapozza meg kellően a középiskolai matematikatanulást. Ezért a tanterv a középiskolába készülők, illetve gimnáziumi tagozatra járók számára további ajánlásokat fogalmaz meg.

A tanterv felépítése nem a feldolgozás menetét tükrözi, hanem a kerettanterv szerkezetéhez igazodik. A tananyag-feldolgozás csomópontjait, menetét, a tantárgyon belüli és tantárgyak közötti konkrét kapcsolódási lehetőségeket az egyes évfolyamok számára készült Programok tartalmazzák. A Programokban közölt tanmenetjavaslatok kitérnek arra is, hogy hogyan vehetjük figyelembe az osztály tudásszintjét a tananyag feldolgozása során.

5–7. osztályban az öt témakörből a számtan, algebra, az összefüggések, függvények, sorozatok és a geometria, mérés önállóan is megjelenik a tanításban, a másik két témakör elsősorban ezek feldolgozásába épül be. 8. osztályban a halmazok, a logika, a kombinatorika, a valószínűség és a statisztika korábban tanult tananyagát 2-3 órányi önálló tömbökben áttekinthetjük, összegezzük, általánosíthatjuk úgy, hogy ezek az anyagrészek alkossák az órák fő témáját. Ugyanakkor a matematikaoktatás jellegéből következik, hogy az egyes tantervi témákat egymást erősítve, egymással összeszöve dolgozzuk fel. A különböző témakörökben elsajátított ismereteket, eljárásokat beépítjük a többi témakör feldolgozásába, illetve eszközként használjuk az egységes matematikai gondolkodás fejlesztésében.

### Óraszám

Osztály	5. osztály	6. osztály	7. osztály	8. osztály
Kötelező óraszám	4 óra/hét	3 óra/hét	3 óra/hét	3 óra/hét
Bővített óraszám	5 óra/hét	4 óra/hét	4 óra/hét	4 óra/hét
Emelt szint	6 óra/hét	4,5 óra/hét	4,5 óra/hét	4,5 óra/hét

5. osztályban a kerettanterv alapján a kötelező órakeretből biztosítható a heti 4 tanóra. Ezen túlmenően a kiegészítő keretből célszerű osztályonként és hetenként legalább 1-1 órát (esetleg képesség szerinti csoportbontásban) biztosítani az aktuális feladatok megoldására, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra. Mindenképpen gondoskodnunk kell

az alsó tagozatból örökölt hiányok pótlásáról, illetve a tehetséges tanulók megfelelő felkészítéséről.

6., 7. és 8. osztályban a kötelező órakeretből heti 3 óra jut a matematikatanításra. A tapasztalatok alapján ebben az óraszámban a kerettanterv által előírt törzsanyagot csak felületesen lehet feldolgozni, nem jut idő a tanultak begyakoroltatására, a felzárkóztatásra, a középiskolákba készülők megfelelő felkészítésére, s nem elégíthetők ki a társtantárgyaknak a matematikaoktatással kapcsolatos igényei sem. A fentiek miatt a szabadon tervezhető órakeretből mindenképpen építsünk be az órarendbe heti 1 órát, illetve a kiegészítő órakeretből biztosítsuk a rendszeres differenciált gyakorlást (korrepetálást, illetve tehetséggondozó felkészítést), hogy a nehezebben tanulók is teljesíteni tudják a minimumkövetelményeket, és a jobbak is elérhessék a képességeiknek megfelelő tudásszintet. Ha lehetőségünk van rá, akkor ezt a két nagyon különböző feladatot tehetség szerinti csoportbontásban valósítsuk meg. (Ha legalább két párhuzamos osztály van, ez a csoportbontás már nem jelent további óraigényt.)

**Otthoni munka:** 20 perc/nap minden évfolyam számára.

## A KÉPESSÉG SZERINTI CSOPORTBONTÁSRÓL

Felméréseink azt mutatják, hogy 7. osztálytól kezdve olyan nagy különbségek vannak egy-egy osztályon belül is a tanulók tudásában és képességeiben, hogy a tehetséges, illetve a lassabban tanuló (és nem érdeklődő) gyerekeknek nem lehet eredményesen tanítani ugyanazt a tananyagot, ugyanolyan mélységben és ugyanazokkal a módszerekkel.

A nehezebben tanulóknak több időre van szükségük az alapvető eszköztudás begyakorlására, ugyanakkor ha a tehetséges tanulókkal nem lépünk túl ezen, akkor feladatmegoldó képességük nem fejlődik, elidegenedhetnek a matematikától, és a középiskolában (de már a felvételi vizsgán is) nehezebben állhatják meg a helyüket a fokozott követelményekkel szembesülve.

A tanulók különböző képességeiből adódó eltérő oktatási feladatokat egy tanórán belüli differenciálással már csak nehezen oldhatjuk meg. Ezért azt javasoljuk, hogy 7. osztálytól kezdve legalább az anyanyelv, az idegen nyelv és a matematika esetén alakítsunk ki viszonylag homogén képességű és ambíciójú tanulócsoportokat. Erre a közoktatásról szóló törvény kiegészítő órakeretét biztosít. Ha az iskolában évfolyamonként legalább két párhuzamos osztály van, akkor ennek a csoportbontásnak nincs sem anyagi, sem szervezési akadálya.

Nagyobb iskolában az iskolafenntartóval egyetértésben 7. osztálytól kezdve indíthatunk „gimnáziumra felkészítő” (a továbbiakban „bővített szintű”), „általános” és „felzárkóztató” tanulócsoportokat is.

A matematikai tudás és képesség szerinti csoportbontást azokban az iskolákban nehéz megvalósítani, amelyekben egy-egy évfolyamon csak egy kis létszámú osztály van. Itt legalább az órák egy részében, minimum heti egy órában bontsuk az osztályt. Ennek a bontásnak az óraigénye „elszámolható” a korrepetálásra vagy a diákkörre biztosított órakeretből. Ilyen szervezésben a törzsanyagot a teljes osztállyal tartott órákon lehet

feldolgozni, míg a fennmaradó órákon az alapszinten tanulókkal a minimumkövetelményhez kapcsolódó anyagot gyakoroltatjuk, a hiányosságokat pótoljuk, a „bővített szinten” viszont kiegészítjük, elmélyítjük a tanultakat.

Mi lehet a különbség az alapszint és a „bővített szint” tananyaga és követelményrendszere között?

„Bővített szinten” a tananyag tartalmában nem sokkal lépjük túl az alapszintet. Elsősorban a szemlélet- és képességfejlesztés terén kell többet nyújtanunk.

Alapszinten sokszor megelégszünk azzal, hogy a tanuló – a szemléletre támaszkodva – minél teljesebben sorolja fel a fogalom tartalmi jegyeit, minél több összefüggést „fedez fel”.

„Bővített szinten” mélyebben tárgyaljuk a tananyagot, ugyanazt több oldalról járjuk körül, több szempontból vizsgáljuk meg. A tanulóknak fokozatosan el kell jutniuk oda, hogy megértsék, mi a definíció és mi a tétel. Képessé kell válniuk arra, hogy ki tudják választani a fogalom definiáló tulajdonságait, majd ennek alapján meg tudják fogalmazni a definíciót. Tudják megkülönböztetni a szükséges és elégséges feltételeket. Ismerjék fel a különbséget a sejtés és a bizonyítás között. Jussanak el a tételek bizonyításához.

Alapszinten elegendő lehet a begyakorolt ismeretek közvetlen alkalmazása típusfeladatokban. „Bővített szinten” a tanulóknak az újszerű, összetettebb feladatokban is meg kell találniuk a megoldás kulcsát. „Bővített szinten” olyan feladatokkal is foglalkozhatunk, amelyekre alapszinten már nem feltétlenül kerülhet sor (például algebrai törtek értelmezési tartományának vizsgálata, geometriai bizonyítások).

Az emelt szintű oktatás számára a jogszabály szerint 5. osztályban heti 6 órát, 6–8. osztályban legalább heti 4,5 órát kell biztosítani legalább két éven át.

A taneszközök bővített változatai elegendő tananyagot és feladatot tartalmaznak az emelt szintű képzéshez. Az osztály színvonalát, a gyermekek érdeklődését és képességeit figyelembe véve dönthetünk arról, hogy mely területeken és mennyiben léphetjük túl a kerettanterv előírásait.

Az 5–8. osztályos tankönyveket úgy szerkesztettük meg, és a Programot úgy állítottuk össze, hogy egy osztályon belül is, egymással összhangban és egymással párhuzamosan megszervezhető legyen az alapszintű, a „bővített szintű” és akár az emelt szintű képzés is.

Pedagógiaiilag nehéz feladat a különböző szinten tanulók mindenki által elfogadható értékelése. Ezért ha az iskola a matematikaoktatást képesség szerinti csoportosításban oldja meg, akkor a helyi tantervben nagyon gondosan kell kidolgozni a követelményrendszerét.

Vizsgálataink azt mutatják, hogy ha pedagógiaiilag kellően előkészítjük és elfogadtatjuk a csoportbontást, mindkét irányban biztosítjuk az átjárhatóságot, akkor a tanulók többsége jól érzi magát az ilyen homogén csoportban, és minden szinten lényegesen eredményesebbé válik a munka.

# A TÉMAKÖRÖKRŐL ÁLTALÁBAN

## Gondolkodási módszerek

Az alsó tagozatos elvárások a felső tagozatban is érvényesek. A témakör szemléletformáló szerepe és eszközjellege miatt azok a tevékenységek, feladatfélések, amelyekkel a tanulók alsó tagozatban találkoztak, a felső tagozatos tanterv tananyagában és követelményeiben is megfogalmazódnak, esetleg egy-egy feltétellel bővítve. (Ezeket a bővítéseket az adott osztály követelményeivel kapcsolatosan részletezzük.) Az alsó és felső tagozatos követelmények közti különbség nem a halmazelméleti és logikai ismeretek kibővítésével fogalmazható meg elsősorban, hanem azzal, hogy ezeknek a (korábban tanult) ismereteknek a biztosabb tudását, elvontabb, tudatosabb, összetettebb feladatokban történő alkalmazását várjuk el. Amit korábban csak a jobbaktól vártunk el, az most már minimumkövetelmény, vagy amit két halmaz esetében vizsgáltunk, azt a vizsgálatot most több halmaz egyidejű figyelembevételével végezzük el. Bővül az alkalmazás területe is.

A gondolkodási módszerek témakör 5–7. osztályban csak helyenként jelenik meg önálló fejezetként, de eszközként, szemléletként behálózza a teljes matematikatanítást. Ide tartozik bármely témakörben:

- pozitív motiváció kialakítása;
- összefüggések megfigyelése, felismerése;
- konkrét dolgok adott szempont szerinti osztályozása, rendszerezése, rendezése;
- logikai kapcsolatok értelmezése és áttekintése, felhasználása a fogalomalkotásban, a nyelv logikai elemeinek helyes használata;
- egyszerű állítások, következtetések megfogalmazása;
- a tanultakhoz kapcsolódó egyszerű állítások igazságának eldöntése, később a felismert összefüggések igazolása;
- matematikai szövegek értelmezése;
- kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazása lehetőségek felkutatásában, rendszerezésében.

A helyi tanterv szerkesztésekor dönthetünk úgy is, hogy jobb csoportban (főképpen a gimnáziumi tagozatban) vagy középiskolába készülő tanulók esetén tudatosítjuk a halmazokról és a kombinatorikából tanultakat. Erre legkésőbb 8. osztályban kerítsünk sort.

Az 1970-es években végzett felmérésekhez képest lényegesen romlott a tanulók szövegértelmező képessége. Ezért minden osztályban, minden témakörben sok szöveges feladatot oldassunk meg. Az erre alkalmas feladatok megoldása során várjuk el a tanulóktól:

- a feladat pontos értelmezését, az adatok lejegyzését;
- az összefüggések megfogalmazását a matematika nyelvén;
- a megoldási terv elkészítését, lejegyzését;
- az eredmény megfelelő pontosságú becslését;
- a feladat megoldását, a kivitelezés pontosságát;
- az eredmény ellenőrzését, értékelését;
- a diszkussziót.

Súlyos hiányosságokat tapasztalhatunk a tanulók beszédképessége, a matematikai gondolatok elmondása és leírása területén. Ezért minél több alkalmat biztosítsunk a tanulóknak a szóbeli szereplésre (definíciók, összefüggések, ötletek, megoldási tervek, bizonyítások önálló megfogalmazására, lejegyzésére). A nyelvhelyességi hibákat következetesen javíttassuk, javítsuk.

A számtan, algebra és a geometria, mérés témakörök is igen sok lehetőséget nyújtanak a kombinatorikus szemlélet fejlesztésére és a megfogalmazott követelmények elérésére. Az erre alkalmas feladatok megoldásakor sor kerül az összes eset megkezelésére valamilyen rend szerint. A rendezési séma lehet például fadiagram vagy táblázat. A 8. osztályos tankönyv 6. fejezete és a Matematika 7–8. Feladatgyűjtemény 5.1. fejezete lehetőséget biztosít arra, hogy a kombinatorikai feladatok megoldása során a korábbi években összegyűjtött tapasztalatokat tudatos szintre emeljük, s esetleg az általános összefüggéseket is felismertessük.

## Számtan, algebra

A számtan, algebra a matematika-tananyag gerincét alkotja, általában az összóraszám 35–55%-át fordítjuk ennek a témakörnek a tanítására. Feltétlenül látnunk kell, hogy mit várhatunk tanítványainktól ezen a területen, milyen ütemben és milyen mélységben dolgozhatjuk fel az új anyagot.

Javasoljuk, hogy a helyi tanterv is biztosítson kellő átfedést az egyes évfolyamok követelményei között. Ezt az átfedést a tanulók egyenlőtlen fejlődésével, a felejtéssel, esetleg a tagozatváltással kapcsolatos problémákkal egyaránt indokolhatjuk. Nagyon fontos, hogy az ebbe a témakörbe tartozó eszköztudást a tanulók alaposan elsajátítsák, begyakorolják.

A szóbeli és írásbeli számolási rutin fejlesztése továbbra is fontos feladat. Bár a számológépek fokozatos alkalmazása felment a sokjegyű számokkal végzett műveletek gyakorlása alól, a matematika és a számítástechnika továbbra is igényli a pontosságra, kitartásra, figyelemösszpontosításra szoktatást. Biztos aritmetikai tudás nélkül bizonytalan lesz az arra épülő algebrai, függvénytani, geometriai ismeretrendszer is. Ezért fontos a folyamatos ismétlés megtervezése (házi feladatok megválasztása, ellenőrzése; néhány perces, óra eleji „bemelegítő”, játékos feladatok a szóbeli számolás gyakorlására; az írásbeli műveletek eredményének becslése; a korábban tanultak rendszeres alkalmazása, összeszövése az új anyagrészekkel; stb.).

Ha a tanuló megtanulta és begyakorolta a szóbeli és írásbeli számolási eljárásokat, akkor fokozatosan vezessük be és tanítsuk meg a számológép alkalmazását is. (Vegyük figyelembe az Informatika műveltségi terület tantervi ajánlásait.) 6. osztályban csak olyan egyszerű gépek használatát célszerű engedélyezni, amelyek „nem ismerik” a műveletvégzés helyes sorrendjét. Így összetett számfeladatokban a tanulóknak kell megtervezniük a számolás menetét. 8. osztálytól kezdve viszont már olyan gépekre van szükség, amelyekkel négyzetgyököt is lehet vonni (később meg lehet adni a trigonometrikus függvények értékeit).

A szöveges feladatok megoldása, s ezáltal a szövegértelmező képesség folyamatos fejlesztése minden évfolyamon kiemelt tantervi feladat.

## Összefüggések, függvények, sorozatok

Az összóraszám 10–15%-át fordítjuk ennek a témakörnek önálló óra keretében történő tanítására.

A függvényszemlélet fejlesztése, a kapcsolatok és a változások megfigyelése, szabályok megfogalmazása, leírása nemcsak ebben a témakörben történik, hanem behálózva a többi is, összeszövi az egyes matematikai témákat. Ebből az is következik, hogy 5–8. osztályban a függvényekkel kapcsolatos biztos eszköztudás igen fontos követelmény, fontosabb, mint az egzakt fogalmak kialakítása és a definíciók megtanítása.

Fordítsunk gondot a grafikonok, táblázatok készítésére, olvasására, elemzésére. Az itt szerzett ismereteket nemcsak a mindennapi életben és a társtantárgyak tanulása során használhatja a tanuló (bár ez önmagában is fontossá teszi ezt a témakört), hanem az absztrakt fogalmak kialakulásához is biztos szemléleti alapot szolgáltat, továbbá szemléletes szinten előkészítheti az elemi függvényvizsgálat tanítását.

A tapasztalat alapján nagyobb gondot kell fordítanunk a szöveggel megadott függvényekre, az adatok lejegyzésére, a változók kifejezésére, ezzel segítve a gyakorlati élettel való kapcsolatot, a szöveges feladatok egyenlettel történő megoldását is.

A sorozatok tanításával kapcsolatosan az osztály képességét és érdeklődését figyelembe véve a legkülönbözőbb színvonalon alakíthatjuk ki saját programunkat.

## Geometria, mérés

Az egész évi összóraszám mintegy 30–35%-ában foglalkozunk ezzel a témakörrel. 7. osztályban ez a hányad nagyobb. Ezen túlmenően, az aktuális tananyaghoz kapcsolódva a többi fejezetben is megfogalmazzuk geometriai problémákat, mint ahogy a geometria tanulása során gyakoroljuk, elmélyítjük, kibővítjük, esetleg előkészítjük a más témakörökhöz tartozó ismereteket. Fontos, hogy a racionális számokról, a velük végzett műveletekről és az algebrai kifejezésekről tanultakat biztosan alkalmazzák a tanulók a geometriai számításokban, a kerület-, terület-, felszín- és térfogatképletek értelmezésében, használatában.

Az alsó tagozat szemléletes szinten megalapoz szinte minden olyan fogalmat, amelyre a felső tagozatban építünk. Ugyanakkor tisztában kell lennünk azzal, hogy az alsó tagozatos geometriai foglalkozások elsődleges célja a képi gondolkodás, problémaérzékenység alakítása, a geometriai szemléletmód fejlesztése. Az életkori sajátosságokból adódóan sem várhatjuk el, hogy a felső tagozatba lépő tanulók tudatos és alkalmazás-képes ismeretrendszerrel rendelkezzenek. A geometria tanításának megtervezésekor azt is figyelembe kell vennünk, hogy ezen a téren a legpolarizáltabb a tanulók tudása. A képességek egyenlőtlen fejlődése miatt is lényeges eltérések lehetnek a tanulók között. Ezért a legtöbb osztályban a témakört feldolgozó órák mintegy felében javasoljuk a tanulók optimális fejlődését biztosító differenciálást.

A felső tagozatban is fontos szerepe van a modellezésnek, kísérletezgetésnek, konkrét alakzatok megfigyelésének, mérések tényleges elvégzésének. A fogalomrendszer deduk-



tív felépítése nem felel meg ennek a korosztálynak. Ennek ellenére ebben a témakörben már célszerű egyes összefüggéseket nemcsak felismertetni, hanem a gyermek szintjén megfogalmaztatni és 6. osztálytól kezdve bizonyíttatni is. Jobb képességű tanulóinkban 8. osztály végére fokozatosan kialakíthatjuk a deduktív fogalomalkotásnak és az összefüggések bizonyításának igényét.

A felmérések szerint az elvárt szint alatt marad a terület-, felszín-, térfogatszámítással kapcsolatos ismeretek elsajátítása, alkalmazása és a térszemlélet fejlettsége. Ezért (és a gyakorlati alkalmazásra nevelés miatt is) fontosnak tartjuk, hogy behatóan, a számtan, algebra, illetve a többi geometriai témakörrel is koncentrálna foglalkozzunk ezekkel az anyagrészekkel.

A korábban megszokottnál kapjon nagyobb hangsúlyt a mindennapok geometriája: a terepen végzett mérés, a gyakorlati jellegű szöveges feladatok megoldása, nézeti rajzok, alaprajzok értelmezése stb.

## **Valószínűség, statisztika**

A tankönyvekben a valószínűség témakörből csak néhány önálló fejezet van, a Matematika 7–8. Feladatgyűjteményben viszont önálló részt képez Valószínűségi kísérletek és számítások, illetve Mi a valószínűbb? címmel.

A statisztikai vizsgálatok (táblázatok, grafikonok, diagramok elemzése, készítése) elsősorban a számtan, illetve függvények témakörhöz kapcsolódnak.

Célszerű a tankönyvekben található feladatokat tényleges valószínűségi kísérletekkel, aktuális statisztikai adatok gyűjtésével, vizsgálatokkal kiegészítenünk.

## KAPCSOLATOK

A matematikatanulás során elsajátított ismeretek, pozitív attitűdök, kialakult tanulási szokások, gondolkodási, esetenként manuális képességek előfeltételei más tantárgyak sikeres tanulásának is. Másrészt ha a társtantárgyak és a matematika helyi tantervét és tanmenetét egymással összehangoltan szerkesztjük meg, akkor a matematikai ismeretrendszer is átfogóbbá és alkalmazásra képesebbé válik.

**5–6. évfolyamon** a matematika, a **természetismeret** (alsó tagozatban a *környezetismeret*) és részben a **technika** kerettanterve a mérések témakörben, valamint a nézeti rajzok, alaprajzok értelmezésével, készítésével, továbbá a hőmérsékletméréssel kapcsolatosan lényegében ugyanazokat a követelményeket fogalmazza meg. Szoros kapcsolatba hozható még a matematikában (és a **történelemben**) tanultakkal a tájékozódás térben és időben, időmérés, napi időszámítás, irány és távolság meghatározása térképen, a keresőhálózat és a kilométer-hálózat használata. Ezen túlmenően a gyűjtött vagy a kísérletekben megfigyelt, illetve egyszerű mérésekkel nyert adatok rögzítése, rendszerezése, értelmezése, ábrázolása grafikon segítségével, következtetések megfogalmazása szintén matematikai alapozást feltételez, illetve elmélyítheti a matematikaórán tanultakat.

**6–8. évfolyamon informatikában** követelmény a gyűjtött adatok célszerű elrendezése, csoportosítása, ismeretek különféle jelekkel leírása, algoritmusok szöveges, rajzos megfogalmazása, értelmezése. 8. osztály végére egyszerű matematikai és logikai feladatok megoldása, különböző számtípusú adatok használata, algoritmusok készítése, kódolása, különböző tantárgyakhoz kapcsolódóan adatok táblázatba rendezése, az összefüggések kiolvasása, következtetések megfogalmazása, diagramok készítése táblázat alapján.

**7–8. évfolyamon** a **fizika** és a **kémia** tananyagának feldolgozásakor, a mérési eredmények rögzítése, értelmezése során a tanulóknak alkalmazniuk kell a szabvány mértékegységeket, végre kell hajtaniuk a szükséges számításokat (például kémiában százalékszámítást), értelmezniük és alkalmazniuk kell a tanult képleteket, fel kell ismerniük, ha a mennyiségek között egyenes, illetve fordított arányosság van. Fizikában követelmény az egyszerű mérések adatainak felvétele, táblázatba foglalása és grafikus ábrázolása, az ábrázolt függvénykapcsolat kvalitatív értelmezése. A korábban tanult mértékegységek biztonságos alkalmazása előfeltétele annak, hogy az új fogalmak (sűrűség, sebesség, gyorsulás, erő, nyomás, munka stb.) mértékegységeit értelmezni és alkalmazni tudják a tanulók. Az elmozdulás, az erő vektormennyiség, ezért a vektor fogalmára már 7. osztályban szükség van.

**5–8. évfolyamon a rajz és vizuális kultúra** tantárgyban a tanulók modelleznek, maketteket, téri helyzeteket ábrázoló látszati rajzokat, formaelemző szerkezeti rajzokat, metszeteket készítenek. Eljutnak a *Monge* három képsíkös vetületi, illetve az axonometrikus ábrázolásig. Gyakorolják a szerkesztőeszközök, esetleg a számítógépes rajzoló-programok alkalmazását.

# AZ EGYES ÉVFOLYAMOK TANTERVE

## 5. osztály

### Javasolt óraszám

4 tanítási óra hetente (a szükségletnek, illetve igényeknek megfelelően korrepetálás, illetve szakkör). Amennyiben alsó tagozaton redukált óraszámokban tanulták a tanulók a matematikát, és 4. osztályban nem biztosította a helyi tanterv legalább a heti 4 tanórát, akkor **5. osztályban nem elegendő a heti 4 matematikaóra a kerettantervi minimum elsajátításához és begyakorlásához**. Ebben az esetben javasoljuk, hogy legalább az első félévben a szabadon tervezhető órakeret egy óráját felhasználva heti 5 órában tanítsák a matematikát.

Otthoni munkára javasolt idő: 20 perc/nap.

### Taneshközők

Hajdu Sándor: *Matematika 4.*, tankönyv II. kötet (amennyiben az alsó tagozatban szerzett ismeretek nincsenek összhangban a felső tagozat elvárásaival)

Hajdu Sándor: *Matematika 5. A*, alapszintű tankönyv

Hajdu Sándor: *Matematika 5. B*, tankönyv, bővített változat

Hajdu Sándor: *Matematika 5. feladatainak megoldása*

Hajdu Sándor: *Matematika 5. Gyakorló*

Hajdu Sándor: *Matematika 5–6. Feladatgyűjtemény*, tehetséggyozozó tanulói segédlet

Czeglédy István–Hadházy Jenő: *Matematika 3–5. Eszköztár*, tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 5. osztály. Tanulói példány*

Andrásfai Béla: *Versenymatek gyerekeknek*, tehetséggyozozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 5. Program*, tanári segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 5. osztály. Tanári példány*

### Az 5. osztályos taneshközők jellemzői

Az alapszint tananyaga lényegében nem haladja meg a kerettantervi előírásokat. A bővített változat elsődleges célja, hogy lehetőséget biztosítson a tanultak elmélyítésére, kiegészítésére, az átlagos vagy annál jobb képességű tanulók optimális fejlesztésére. Ezzel megoldható a jogszabályban biztosított lehetőségek kiaknázása (+ 20% tananyag, 5–6. osztályos anyagrészek cseréje).

A taneshközők „széles sávban” dolgozzák fel a tananyagot, egyaránt lehetőséget biztosítanak a lemaradó gyermekek felzárkóztatására (a Gyakorló többek között ezt a célt szolgálja), illetve az átlagosnál tehetségesebb, esetleg gimnáziumi tagozatra járó gyermekek fejlesztésére (Feladatgyűjtemény).

A bőséges feladatanyag lehetővé teszi azt is, hogy a taneshközőrendszer rugalmasan illeszkedjék nagyon sokféle helyi koncepcióhoz. Ugyanakkor ez azt is jelenti, hogy az átlagosnál gyengébb osztályokban nem lehet a taneshközők által kínált teljes választékot feldolgozni. A Program tartalmaz ajánlásokat a különböző szintű és mélységű tananyagfeldolgozások megtervezéséhez, a feladatok kiválasztásához.

## Gondolkodási módszerek

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a problémaérzékenység, a rugalmas, ugyanakkor fegyelmezett gondolkodás fejlesztése. Törekvés a problémák önálló megoldására, az összefüggések felismerése, a fogalmak megértése, elsajátítása, alkalmazása.

A matematikai tartalom képi, szóbeli, írásbeli kifejezőképességének fejlesztése, a nyelv logikai elemeinek helyes használata, a szövegben rejlő összefüggések felismerése, lejegyzése. A logikus gondolkodás alakítása. Törekvés felismert összefüggések, egyszerű gondolatmenetek önálló megfogalmazására, mások (a társak, a tanár, a tankönyv) véleményének, gondolatmenetének megértésére.

### Jellemzők

A korábbi évekhez viszonyítva nagyobb szerepet kap a halmazok, logika, kombinatorika eszközszerű alkalmazása más témakörökhöz kapcsolódó fogalomrendszerek alakításában, a tanultak tudatosításában, a gondolkodási képességek fejlesztésében. A tanítási órán nem jelenik meg külön témakörként, ezért önálló óraszámot nem állapíthatunk meg.

A nemzetközi felmérések szerint a magyar tanulók szövegértelmező képessége nagyon siralmas képet mutat. Az elfogadható szövegértelmező képesség kialakításához 3–6. osztályban **a matematikára fordított tanulási idő mintegy 30%-ában szöveges feladatokkal kell foglalkoznunk**. Ehhez a taneszközöknek a matematika különböző területéről évfolyamonként mintegy 400-500 (változatos típusú és nehézségű) szöveges feladatot kell biztosítaniuk. Amennyiben az alsó tagozatban használt tankönyvek nem tartalmaznak elegendő számban, megfelelő változatosságban és szinten szöveges feladatokat, akkor készüljünk fel arra, hogy 5. osztályban kell pótolnunk a hiányosságokat. Vizsgáljuk meg a következőket:

1. Önálló, néma olvasás alapján mennyire képes értelmezni a tanuló a szöveget. Képes-e megkülönböztetni a szükséges, illetve a felesleges adatokat?
2. Képes-e megfogalmazni és leírni a megoldási tervet?
3. Képes-e önállóan megbecsülni, kiszámítani és ellenőrizni az eredményt a szöveg alapján?
4. Meg tudja-e fogalmazni a választ az eredmény ismeretében?

Az alsó tagozatos hiányosságok pótlásához segítséget nyújthat a tankönyvcsalád 4. osztályos tankönyvének II. kötete.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	Minimumkövetelmény Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A számtan, algebra és geometria, mérés témakör tananyagához kapcsolódva: adott halmazokról igaz, hamis állítások megfogalmazása és vizsgálata, állítások igazságának eldöntése; alaphalmaz, nyitott mondat, igazsághalmaz fogalma, adott nyitott mondat igazsághalmazának meghatározása, megjelenítése például számegyenesen, halmazábrán; halmazok megadása tulajdonsággal; ismert halmazok elemeinek összehasonlítása, rendezése, rendszerezése különböző szempontok szerint; ismert halmazok egymáshoz való viszonyának vizsgálata, részhalmazok képzése, a kiegészítő halmazuk előállítása, két, három (véges és jól ismert végtelen) halmaz metszetének és egyesítésének képzése, megjelenítése halmazábrán, táblázatban, számegyenesen stb.; a logikai „és”, „vagy”, a „minden”, „van olyan” kifejezések és tagadásuk használata konkrét véges halmazokon és jól ismert végtelen halmazokon. Matematikai szövegek értelmezése. Egyszerű és összetettebb szöveges feladatok megoldása a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan. Szövegalkotás. Ismerkedés a szaknyelv helyes használatával a felismert, illetve elsajátított fogalmak, összefüggések szóbeli megfogalmazásában. Kombinatorikus feladatok, egy feltétel rendszeres változtatása, a lehetőségek megtalálása, táblázatba foglalása. Ismerkedés egyszerű folyamatábrákkal. Matematikatörténeti érdekességek. Informatikai eszközök (például lexikon) igénybevétele.</p>	<p><i>Ismert elemeket tartalmazó halmaz elemeinek csoportosítása, rendezése, rendszerezése adott szempont szerint.</i> <i>Egyszerű szövegek értelmezése, lefordítása a matematika nyelvére. A „nem”, a logikai „és”, valamint a „minden”, „van olyan” kifejezések alkalmazása.</i> <i>Ismert alaphalmaz elemeiről annak eldöntése, hogy igazzá tesznek-e egy nyitott mondatot vagy sem.</i></p> <p>Ismert elemeket tartalmazó két halmaz metszetének és egyesítésének képzése, a metszet, illetve az unió elemeinek felsorolása.</p> <p>Az „alaphalmaz”, „nyitott mondat”, „igazsághalmaz” kifejezések ismerete.</p> <p>Matematikai szövegek elemzése, értelmezése. Összetettebb szöveges feladatok megoldása. Szövegalkotás. Törekvés a szaknyelv helyes használatára, a felismert, illetve elsajátított fogalmak, tulajdonságok, összefüggések szóbeli megfogalmazására konkrét esetben, a szemléletre támaszkodva.</p> <p>Egyszerű kombinatorikus feladatokban az elemek kiválogatása, rendezése az adott feltételnek megfelelően az adatok tervszerű változtatásával (4-5 elemig), a lehetőségek megtalálása.</p>

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikai fogalomalkotás képességeinek, az önállósodó, rugalmas, a probléma-meglátó és problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

A szám- és műveletfogalom elmélyítése, bővítése, magasabb absztrakciós szintre fejlesztése. A számolási rutin biztonságosabbá tétele. A logikus, fegyelmezett, algoritmikus gondolkodás, az önellenőrzés igényének és képességének alakítása, következtetésség.

A szöveges feladatok megoldása során a szövegértelmező képesség fejlesztése, a valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismertetése.

### Jellemzők

Összóraszám: 80–90 tanítási óra.

Otthoni munkára, illetve korrepetálásra javasolt idő: 30–40 óra.

A helyi tanterv alsó tagozatos tananyagát és követelményrendszerének színvonalát figyelembe véve biztosítunk kellő időt a tanultak felelevenítésére, tudatosítására, begyakoroltatására, az esetleges hiányosságok pótlására, majd a korábban tanultak óvatos bővítésére. Erre a megalapozásra építhetjük fel a felső tagozatos számтан, algebra témakör tananyagát.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	Minimumkövetelmény Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Természetes számok</b> A számkör bővítése 1 millióig. Számosság és mérőszám becslése, meghatározása, ha ismerjük a mennyiséget és a mértékegységet. A tízes számrendszer, az alakiérték, helyiérték, tényleges érték kapcsolata. Számok írása – helyesírása is –, olvasása az 1 milliós számkörben. Számok helye a számegyenesen, nagyság szerinti összehasonlításuk, rendezésük. Számok helyiérték szerint bontott összegalakja. Számok egyes, tízes, százasként szomszédai. Kerekítés, a kerekített érték kifejezése kettős egyenlőtlenséggel. Osztók, többszörösök. Oszthatóság. Oszthatósági feltételek keresése. Közös osztók, közös többszörösök keresése próbálgatással. Ismerkedés a nem tízes számrendszerekkel, 2-es alapú számrendszer.	<i>Számok előállítás helyiérték szerint bontott összegalakban, illetve a bontott alakból a szám felírása.</i> <i>1 milliós számkörben számok írása, olvasása; nagyság szerinti összehasonlításuk, rendezésük; adott nagyságrendre kerekítésük. Tájékozódás az egyesével, tízesével, százasként stb. beosztott számegyenesen.</i> <i>Az „alakiérték”, „helyiérték”, „tényleges érték” fogalmak értelmezése, helyes használatuk. Tájékozódás esetleg nem egyesével, tízesével, százasként stb. beosztott számegyenesen is, ha tetszőlegesen adott két szám helye.</i>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Műveletek az 1 milliós számkörben</b></p> <p>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Összeadás, kivonás, szorzás, osztás kerekített értékekkel. Ennek felhasználása az eredmény becslésében, a szöveges feladatok várható eredményének közelítő megadásával, az ellenőrzésben.</p> <p>A műveletek elvégzése. Írásbeli osztás többjegyű osztóval. A műveletekben szereplő komponensek megnevezése.</p> <p>A műveletek inverze, az ismeretlen komponens kiszámítása. A komponensek változtatásainak hatása az eredmény változására. A 0 és az 1 szerepe a műveletekben. Műveleti tulajdonságok, vizsgálata konkrét számfeladatokhoz kapcsolódva. Zárójelek használata. Zárójeles kifejezés felírása zárójel nélkül. Összeg, különbség, szorzat, hányados szorzása, osztása. Műveletek helyes sorrendje.</p> <p><b>Egész számok</b></p> <p>Ellentétes mennyiségek, a negatív egész számok értelmezése a szemléletre támaszkodva. Egész számok megjelenítése különböző modellekkel. Az egész számok helye a számegyenesen, rendezésük. Számok ellentettje, abszolútértéke.</p> <p>Az egész számok összeadásának, kivonásának értelmezése, elvégzése közvetlenül a szemléletre támaszkodva, kis abszolútértékű számok esetén, az általános szabályok megfogalmazásának igénye nélkül.</p>	<p><i>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Számolás kerekített értékekkel, az írásbeli műveletek eredményének becslése.</i></p> <p><i>A műveletek írásbeli eljárásainak alkalmazása. A kivonás és az osztás eredményének ellenőrzése az inverz műveletek alkalmazásával is.</i></p> <p><i>A műveletek helyes sorrendben való végrehajtása, zárójelek figyelembevétel, a számítás menetének megtervezése.</i></p> <p>A műveletek írásbeli eljárásainak tudatos és biztos alkalmazása. A műveletekben szereplő komponensek megnevezése. A műveletek legfontosabb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása az egyszerűbb megoldási mód keresésében. A műveletek és inverzeik kapcsolatának ismerete és alkalmazása a számítások ellenőrzésében és egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában.</p> <p><i>Az egész számok fogalomrendszerével kapcsolatos legfontosabb elnevezések megértése. Számok ellentettjének és abszolútértékének megállapítása. Az egész számok ábrázolása számegyenesen, nagyságviszonyaik megállapítása esetleg a szemléletre támaszkodva.</i></p> <p><i>Kis abszolútértékű egész számok összeadása a szemléletre támaszkodva.</i></p> <p>Ellentétes mennyiségek értelmezése. A számkörbővítéssel kapcsolatos elnevezések tudatos használata. Egész számok nagyság szerinti rendezése. Egész számok összeadása, kivonása a szemléletre támaszkodva, az általános szabályok megfogalmazásának igénye nélkül.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Törtek</b></p> <p>A tört kétféle értelmezése: mint az egész törtrésze, mint két egész szám hányadosa. Elnevezések a törtalakkal kapcsolatban. A törtek megjelenítése eszközzel, rajzzal, helyük a számegyenesen, egész szomszédai. A törtek mint mennyiségek mérőszámai. Törtalak mint számlálóval és nevezővel leírt kifejezés, amely egész szám is lehet. A törtek különböző alakjai, például összegalakjuk.</p> <p>A törtszámok mint nem egész számok.</p> <p>Negatív törtek mint a pozitív törtek ellentettjei, összeadásuk, kivonásuk (ismerkedés).</p> <p>A törtek bővítése, egyszerűsítése tapasztalati alapon. Közös nevezőre hozásuk a szemléletre támaszkodva a leg egyszerűbb esetekben. Nagyság szerinti összehasonlításuk, rendezésük.</p> <p>Egyenlő nevezőjű törtek összeadása, kivonása. Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása, ha a nevezők szemlélet alapján könnyen közös nevezőre hozhatók. Törtek szorzása, osztása természetes számmal.</p> <p><b>Számok tizedestört alakja</b></p> <p>A tízes számrendszer helyiérték-táblázatának kibővítése az egészeknél kisebb helyiértékekre is.</p> <p>A tizedestörtek értelmezése, írása, olvasása. Tört átalakítása tizedestörtté: természetes szám osztása természetes számmal úgy, hogy a hányados véges vagy végtelen szakaszos tizedestört. Véges tizedestört felírása törtalakban.</p> <p>Tizedestörtek helye a számegyenesen, egyszerűsítésük, bővítésük, nagyság szerinti összehasonlításuk, rendezésük; adott pontosságú számszomszédai megállapítása, kerekítésük.</p>	<p><i>A törttel kapcsolatos elnevezések ismerete. Konkrét törtek értelmezése a szemléletre támaszkodva. Törtek egyszerűsítése, bővítése; nagyság szerinti összehasonlításuk esetleg eszköz vagy rajz segítségével. Egyenlő nevezőjű törtek összeadása, kivonása.</i></p> <p>A törttel kapcsolatos elnevezések helyes használata. A tört kétféle értelmezésének alkalmazása a törtek előállításában, számegyenesen való ábrázolásában stb. Egyszerűbb esetekben a törtek egyszerűsítése, bővítése, nagyság szerinti rendezése. Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása (ha a nevező egygyű vagy szemlélet alapján könnyen közös nevezőre hozható). Törtek szorzása természetes számmal.</p> <p>Szemlélethez jól kapcsolódó feladatokban egész részből a törtrész, törtrészből az egész rész meghatározása, kiszámítása.</p> <p><i>Tízezred nagyságrendig tizedestörtek írása, olvasása, a számjegyek jelentésének ismerete. Egyszerűsítésük, bővítésük. Ábrázolásuk számegyenesen tizedekre, századokra stb. történő beosztás esetén, nagyság szerinti összehasonlításuk, adott nagyságrendre kerekítésük.</i></p> <p><i>Tizedestörtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb.</i></p> <p><i>Természetes szám osztása természetes számmal úgy is, hogy a hányados véges vagy végtelen szakaszos tizedestört.</i></p> <p>Tizedestörtek közelítő helyének ábrázolása számegyenesen, becsléssel, nagyság szerinti rendezésük.</p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Tizedestörtek összeadása, kivonása; szorzásuk, osztásuk természetes számmal. A műveleti tulajdonságokról tanultak kiterjesztése a tizedestörtekre.</p> <p>Találkozás a negatív tizedestörtekkel, ábrázolásuk számegyenesen, nagyság szerinti összehasonlításuk, egyszerű számítások.</p> <p><b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b></p> <p>Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, lebontogatással (egy-két lépésben).</p> <p>Egyenlőtlenségben az ismeretlen komponens lehetséges értékeinek keresése, a megoldás ábrázolása számegyenesen.</p> <p><b>Szöveges feladatok</b></p> <p>Szöveges feladatok megoldása (ideértve az olyanokat is, amikor a számítási tervben több művelet, illetve zárójel szerepel). A feladatban szereplő adatok lejegyzése, ábrázolása. A közöttük fennálló kapcsolatok megértése, megállapítása. Felesleges adatok, ellentmondó adatok, hiányzó feltételek megállapítása. Megoldási terv készítése. Az eredmény előzetes becslése, kiszámítása, ellenőrzése, értelmezése a szöveg alapján. Valamennyi lehetséges megoldás keresése. A megoldás során a tanult műveleti tulajdonságok és eljárások alkalmazása.</p> <p>Következtetési feladatok: egyről többre, többről egyre, többről többre egyenes és fordított arányosság esetén.</p> <p>Törtrész kiszámítása egész részből, egész kiszámítása törtrészből, következtetéssel. A törtekről és tizedestörtekről tanultak alkalmazása szöveges, illetve gyakorlati jellegű feladatok, egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldásában, mérésekben stb.</p>	<p><i>Tizedestörtek összeadása, kivonása; szorzásuk, osztásuk természetes számmal.</i></p> <p>Összetett számfeladatok megoldása tizedestörtekkel is.</p> <p><i>Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással vagy egy lépésben következtetéssel, a tizedestörtekről tanultak alkalmazásával is.</i></p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással vagy egy-két lépésben következtetéssel. Az egész számokról, a törtekről és tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</p> <p><i>Két művelettel megoldható egyszerű szöveges feladatok értelmezése, az adatok lejegyzése; megoldási terv készítése; az eredmény kielégítő becslése, meghatározása a természetes számok, egyszerű törtek, tizedestörtek körében értelmezett műveleti eljárások alkalmazásával; a megoldás ellenőrzése; szöveges válasz megfogalmazása.</i></p> <p>Két vagy több művelettel megoldható összetettebb szöveges feladatok értelmezése, a felesleges és a szükséges adatok megállapítása, az adatok lejegyzése, az összefüggések alapján megoldási terv készítése, az eredmény kielégítő becslése, meghatározása, a megoldás ellenőrzése, az eredmény egybevetése a szöveggel, illetve a valósággal. Az egész számokról, a törtekről és tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikában központi szerepet játszó relációk fogalmának és tulajdonságaiknak a tudatosítása a matematika különböző témaköreihez kapcsolódóan.

A megfigyelő-, összehasonlító képesség, a rugalmas, ötletgazdag, problémameglátó és problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. A számolási rutin alakítása. Késztetés a többféle megoldás (matematikai modell) keresésére és az önellenőrzésre. A matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése a tapasztalati függvények vizsgálata során.

### Jellemzők

Összórészszám: 8–10 tanítási óra.

Otthoni munkára, illetve korrepetálásra javasolt idő: 3–4 óra.

A témakörhöz tartozó tartalmak közül a grafikonokkal, az egyenes és fordított arányossági következtetésekkel, valamint a derékszögű koordináta-rendszerrel foglalkozunk önálló órák keretében. A témakörhöz tartozó egyéb, már alsó tagozatban elsajátított ismereteket és eljárásokat a számfogalom kibővítése, a műveletek értelmezése és gyakorlása során alkalmazzuk.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések, függvények</b></p> <p>Számok, alakzatok, mennyiségek közti összefüggések keresése, vizsgálata, a felismert összefüggések alkalmazása az elemek rendezésében, csoportosításában.</p> <p>A síkbeli derékszögű koordináta-rendszer; kapcsolatok ábrázolása a koordináta-rendszerben.</p> <p>Tapasztalati függvények ábrázolása mérések és táblázatok alapján. Grafikonok, diagramok olvasása, elemzése.</p>	<p><i>Számhalmazok, ponthalmazok részalmazainak vizsgálatakor a „kisebb”, „nagyobb”, „egyenlő”, „nem kisebb”, „nem nagyobb”, „nem egyenlő”, „több, mint...”, „kevesebb, mint...” kifejezések helyes használata.</i></p> <p>Számhalmazok, ponthalmazok részalmazainak vizsgálatakor, képzésekor a „legalább”, „legfeljebb”, „kisebb vagy egyenlő”, „nagyobb vagy egyenlő” kifejezések helyes használata, a kapcsolatok helyes felírása, ábrázolása.</p> <p><i>A koordináta-rendszer ismerete, pontjainak rendezett számpárral történő jellemzése, adott számpárhoz tartozó pontok megkeresése.</i></p> <p><i>Tapasztalati függvények összetartozó értékeinek leolvasása diagramról, grafikonról.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Szöveggel, táblázattal adott függvény vizsgálata, ekvivalens és nem ekvivalens szabályok keresése próbálgatással; az egész számokról, a törtekről és tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</p> <p>Konkrét feladatok egyenes arányosságra, fordított arányosságra.</p> <p><b>Sorozatok</b></p> <p>Sorozat elemeinek felírása adott szabály alapján (a sorozat folytatása mindkét irányban). Néhány elemmel adott sorozathoz különböző szabályok megfogalmazása; az egész számokról, a törtekről és tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</p>	<p><i>Táblázatok hiányzó elemeinek pótlása adott, egyszerű szabály alapján, a tizedestörtekekkel végzett műveletekkel is.</i></p> <p>Tapasztalati függvények grafikonjának elkészítése és elemzése.</p> <p>Táblázatok hiányzó elemeinek pótlása adott, illetve felismert szabály alapján, az egész számokkal, törtekekkel, tizedestörtekekkel végzett műveletekkel is. Többféle szabály megfogalmazása.</p> <p><i>Egyszerű sorozatok hiányzó elemeinek pótlása adott szabály alapján, a tizedestörtekekkel végzett műveletekkel is.</i></p> <p>Sorozatok hiányzó elemeinek pótlása adott, illetve felismert szabály alapján, az egész számokkal, törtekekkel, tizedestörtekekkel végzett műveletekkel is. Többféle szabály megfogalmazása.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelőképesség, a fogalomalkotó és problémamegoldó képi gondolkodás és a térszemlélet fejlesztése. A halmaz- és függvényszemlélet alkalmazása geometriai problémák megoldásában. A mérésekhez kapcsolódóan a szám- és a műveletfogalom további mélyítése, a számolási biztonság növelése. A matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése.

Megfelelő jártasság kialakítása a körző és a vonalzó, illetve a mérőeszközök használatában; a kézügyesség fejlesztése, a pontos, esztétikus munkavégzésre törekvés.

### Jellemzők

Összóraszám: 40–45 tanítási óra.

A mérésekkel és a mértékegységek átváltásával kapcsolatos ismereteket a számtan, algebra tananyag feldolgozása során elevenítjük fel, egészítjük ki, gyakoroltatjuk be. Alkalmazzuk a törtekről, tizedestörtekről tanultakat.

Az alsó tagozatban tanult geometriai ismereteket logikailag rendezzük, magasabb absztrakciós szintre emeljük, és lényegesen kibővítjük. A gyermek ebben az évben ismerkedik meg a legegyszerűbb szerkesztésekkel, a geometriai fogalmak és összefüggések általános megfogalmazásával.

A tananyag felépítésekor megfontolandó, hogy a 6. osztályos tananyagból itt foglalkozunk a trapézok, paralelogrammák és a téglalap megszerkesztésével (esetleg derékszögű vonalzó segítségével). Ugyanakkor a szakaszfelező merőlegessel kapcsolatos szerkesztésekkel pedig 6. osztályban foglalkozhatunk. Erre a cserére az 5. osztályos B tankönyv, illetve a 6. osztályos könyvek lehetőséget biztosítanak.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mennyiségek, mérések</b></p> <p>A mennyiség, a mértékegység, mérőszám fogalma. A mértékegységek többszöröseit és törtrészeit kifejező kilo-, hekto-, deka-, deci-, centi-, milli- szócikák és a megfelelő rövidítések jelentése. Mennyiségek kifejezése többféleképpen, kisebb vagy nagyobb mértékegységekkel (a mérőszám lehet tört vagy tizedestört is).</p> <p>A hosszúság (távolság), terület, térfogat, űrtartalom, tömeg, idő becslése, mérése és az ezekkel kapcsolatos számítások. Mértékegységek és mérőszámok közötti összefüggések. Műveletek mennyiségekkel. Mérések a terepen.</p> <p><b>Alakzatok síkban és térben</b></p> <p>Test, felület, sík, vonal, egyenes, pont, félegyenes, szakasz. Egyenesek kölcsönös helyzete a térben és a síkban. Konkrét térelemek kölcsönös helyzetének vizsgálata (az általánosítás igénye nélkül). A vonalzó és a körző használata. Merőleges és párhuzamos egyenesek előállítása.</p> <p>A szög mint szögtartomány. Elnevezések a szöggel kapcsolatban. Szögfajták. Szögek mérése alkalmi és szabvány egységekkel. A szögmérő használata, szögrajzolás, szögmásolás.</p> <p>Távolság- és szögmérés térképen és terepen (tájoló használata).</p>	<p><i>Hosszúság, tömeg, idő, űrtartalom becslése, megmérése, kimérése a tanult mértékegységekkel.</i></p> <p><i>A szemlélet számára elfogadható alkalmazásokban a mennyiségek megadása más mértékegységekkel is. A mérések és átváltások során a tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</i></p> <p>A mérések és átváltások során a törtekről tanultak alkalmazása. A mérésekről tanultak alkalmazása szöveges feladatokban, szöveggel adott függvényekben.</p> <p><i>Párhuzamos és merőleges egyenesek felismerése és előállítása.</i></p> <p><i>Téglalap, négyzet előállítása az oldalakból.</i></p> <p><i>Két ponthalmaz távolságának meghatározása. A vonalzó és a körző használata szakaszok másolásában, egyszerű szerkesztésekben.</i></p> <p><i>Szögmérő használata, adott nagyságú szög megrajzolása, megmérése.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Alakzatok (ponthalmazok) távolsága. Adott tulajdonságú pontok keresése vonalon, síkban, térben. A kör és a gömb mint adott tulajdonságú ponthalmaz. A körrel kapcsolatos fogalmak.</p> <p>Háromszög szerkesztése három oldalból, szakaszfelező merőleges fogalma, megszerkesztése, alkalmazása egyszerű szerkesztésekben. Egyenes adott pontján áthaladó merőleges szerkesztése.</p> <p>A síkidomok és a sokszög fogalma, vizsgálata; oldal, csúcs, átló, konvexitás.</p> <p>A trapéz, a paralelogramma, a rombusz. A trapéz, a paralelogramma magassága.</p> <p>A téglalap, a négyzet fogalma, tulajdonságaik, e fogalmak közti kapcsolatok; előállításuk.</p> <p>Testek építése, vizsgálata; lapok, élek, csúcsok a testen, helyzetük, kapcsolataik. Testek felül-, elől-, oldalnézeti ábrázolása. Téglatest, kocka építése, hálózatuk.</p> <p><b>Kerület, terület, felszín, térfogat</b></p> <p>Sokszögek kerületének kiszámítása. A téglalap és a négyzet kerülete.</p> <p>A terület, a felszín, a térfogat szemléletes fogalma, mérése és mértékegységei.</p> <p>A téglalap, négyzet területe. Háromszögek, négyszögek területének meghatározása kiegészítéssel, átdarabolással az ismerkedés szintjén. A téglatest, a kocka felszíne, térfogata.</p>	<p>A tanult elnevezések (test, felület, vonal, pont; lap, él, csúcs; egyenes, félegyenes, szakasz; tér, sík; távolság; merőleges, párhuzamos) megértése és helyes használata. Háromszög szerkesztése három oldalból, szakaszfelező merőleges megszerkesztése.</p> <p>Alakzatok adott szempontok szerinti csoportosítása több tulajdonság egyidejű figyelembevételével.</p> <p>A négyszögek közül a téglalap, a négyzet legfontosabb tulajdonságaik felsorolása szemlélet alapján. Az egyenesszög mint egység alkalmazása.</p> <p>A szög fogalmának és a szögfajtáknak az ismerete.</p> <p>A körvonal mint adott tulajdonságú ponthalmaz, illetve a körrel kapcsolatos elnevezések ismerete.</p> <p><i>Téglalap, négyzet kerületének és területének kiszámítása. A téglatest és a kocka mint speciális téglatest hálójának elkészítése; felszínének, térfogatának kiszámítása. A megfelelő mértékegységek ismerete, használata.</i></p> <p>A terület, a térfogat mértékegységeinek átváltása. A térfogat, az úrtartalom mértékegységei közti kapcsolat ismerete.</p> <p>A tanultak alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban.</p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A megfigyelő-, elemzőképesség és a matematikai szemlélet fejlesztése. A mindennapi élet matematikai vonatkozásainak és a matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése.

### Jellemzők

Összóraszám: 3–4 tanítási óra.

Otthoni munkára, egyéni adatgyűjtésre javasolt idő: 3–4 óra.

A számtan, algebra, függvények, grafikonok és a geometria, mérés témakörök tananyagának feldolgozása során fogalmazzunk meg konkrét, a gyermekek mindennapi életével kapcsolatos valószínűségi és statisztikai feladatokat is. (Például a fiúk és a lányok átlagos magasságának, tömegének, dolgozati eredményeinek stb. összehasonlítása.) Így a témakör tananyagának feldolgozására fordított tényleges idő lényegesen több lehet, mint a fenti 3–4 óra.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
Véletlen események megfigyelése. Valószínűségi kísérletek eredményeinek statisztikai elemzése, az események gyakorisága; relatív gyakoriság. A biztos, a lehetséges és a lehetetlen esemény fogalmának alakítása. A tanulók által gyűjtött és táblázatokban talált statisztikai adatok vizsgálata, ábrázolása grafikonon, diagramon. Grafikon, diagram olvasása, értelmezése. Több szám számtani közepe.	<i>Néhány szám, mennyiség átlagának kiszámítása.</i> Események megfigyelése, biztos, lehetséges, lehetetlen események kiválasztása. Adatok gyűjtése, rendezése, rendszerezése, gyűjtött és például statisztikai kiadványokban talált adatok elemzése, értelmezése, ábrázolása grafikonnal, diagrammal. Grafikonról adatok leolvasása.

## 6. osztály

### Javasolt óraszám

A kerettanterv által meghatározott maximális óraszám heti 3 óra. A kerettanterv nem csökkenthette lényegesen a korábbi tananyag mennyiségét és követelményszintjét, mivel ezek az ismeretek, jártasságok és képességek nélkülözhetetlenek a 7. osztályos algebra, fizika, kémia és számítástechnika tanításához. További gondot jelenthet, ha az alsó tagozatos hiányok pótlása miatt 5. osztályos tananyagrészek feldolgozása „csúszik át” 6. osztályba. A fejlett országok többségében ennek a korosztálynak mindennap tartanak matematikaórát. A fentiek alapján javasoljuk, hogy a szabadon tervezhető órát a matematikaoktatás kapja. Így a javasolt óraszám 4 óra/hét (az igényeknek megfelelően korrepetálás, felvételi előkészítés, szakkör).

Otthoni munkára javasolt idő: 20 perc/nap.

### Taneszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 6. A*, alapszintű tankönyv

Hajdu Sándor: *Matematika 6. B*, tankönyv, bővített változat

Hajdu Sándor: *Matematika 6. feladatainak megoldása*

Hajdu Sándor: *Matematika 6. Gyakorló*

Hajdu Sándor: *Matematika 5–6. Feladatgyűjtemény*, tehetséggondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 6. osztály. Tanulói példány*

Andrásfai Béla: *Versenymatek gyerekeknek*, tehetséggondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Matematika 6. Program*, tanári segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 6. osztály. Tanári példány*

### A 6. osztályos taneszközök jellemzői

A kerettanterv által előírt tananyagot az alapszintű tankönyv tartalmazza. A bővített változatban a százalékszámítást, a számelméletet és a geometriai szerkesztéseket a kerettantervben ajánlottnál bővebben és mélyebben dolgozzuk fel. Ezek a fejezetek a törzsanyagon és a lemaradó gyermekek felzárkóztatására szánt feladatsorokon túlmenően olyan anyagrészeket és feladatsorokat is tartalmaznak, amelyek lehetőséget nyújtanak a tehetségesebb, esetleg gimnáziumi tagozatra járó vagy készülő gyermekek optimális fejlesztésére. Ugyanakkor ez azt is jelenti, hogy az átlagosnál gyengébb osztályokban nem szükséges a teljes bővített változatot feldolgozni. A Program tartalmaz ajánlásokat a különböző szintű és mélységű tananyag-feldolgozások megtervezéséhez, a feladatok kiválasztásához.

## Gondolkodási módszerek

### Általános fejlesztési feladatok

Azoknak a képességeknek az alakítása, amelyek lehetővé teszik a problémák önálló meglátását és megoldását, az elvonatkoztatást és általánosítást, mások magyarázatának megértését, szövegek önálló értelmezését, új ismeretek elsajátítását, a felismert összefüggések képi, szóbeli, írásbeli kifejezését. Tervezés, ellenőrzés igényének kialakítása.

### Jellemzők

Eszközként alkalmazzuk a matematika egyéb témaköreihez tartozó fogalmak kialakítása, az összefüggések felismertetése és az ismeretek rendszerezése során. Ezért a témakörre fordítandó összóraszám nem határozható meg.

A Nat-ban és a kerettantervben előírtaknál határozottabb követelményeket célszerű megfogalmaznunk: minimumszinten a szövegértelmező képesség fejlesztésében és a nyelv logikai elemeinek ismeretében, a középiskolába készülő tanulóinknál a logikus gondolkodás és a matematikai látásmód alakításában.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A halmazalgebrai és logikai fogalmak eszközszerű alkalmazása más témakörökben, konkrét feladatokban az ismeretek feltárására, rendszerezésére, a fogalmak közti kapcsolatok megláttatására, jellemzésére.</p> <p>Állítások igazságának eldöntése, igaz, hamis állítások megfogalmazása. „Minden”, „van olyan”, „nem”, „és”, „vagy” és más velük egyező értelmű kifejezések használata adott véges halmazokra, egyszerű végtelen halmazokra és halmazoktól függetlenül is különféle matematikai témákkal kapcsolatban. A „ha ..., akkor ...” logikai szerkezet használata konkrét feladatokban (ismerkedés szintjén).</p>	<p><i>Ismert elemeket tartalmazó halmaz elemeinek csoportosítása, rendezése, rendszerezése egy vagy két adott szempont szerint.</i></p> <p><i>A bővülő tartalomnak megfelelő egyszerű matematikai szövegek értelmezése, lefordítása a matematika nyelvére. A „nem”, a logikai „és”, valamint a „minden”, „van olyan” kifejezések alkalmazása.</i></p> <p><i>Ismert alaphalmaz elemeiről annak eldöntése, hogy igazzá tesznek-e egy nyitott mondatot vagy sem.</i></p> <p>A halmazokkal és logikával kapcsolatos legalapvetőbb ismeretek alkalmazása matematikai és nem matematikai tárgykörökben. Három halmaz metszetének és egyesítésének képzése, a metszet, illetve az unió elemeinek felsorolása. A metszetképzés és a logikai „és”, valamint az unióképzés és a logikai „vagy” kapcsolatának ismerete, helyes használatuk, alkalmazásuk.</p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A bővülő tartalomnak megfelelő matematikai szövegek értelmezése. Egyszerű és összetettebb szöveges feladatok megoldása a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan. Szövegalkotás. A szaknyelv helyes használata a felismert, illetve elsajátított fogalmak, összefüggések, gondolatmenetek szóbeli megfogalmazásában.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességek, híres magyar matematikusok.</p> <p>Kapcsolat az informatikával.</p> <p>Kombinatorikai gondolatmenetek egyszerű alkalmazása konkrét feladatokban (például adott szám összes osztójának, adott sokszög összes átlójának, adott kísérlet összes kimenetelének megkeresésében).</p>	<p>Matematikai szövegek elemzése, értelmezése. Összetettebb szöveges feladatok megoldása. Szövegalkotás. Törekvés a szaknyelv helyes használatára, a felismert, illetve elsajátított fogalmak, tulajdonságok, összefüggések, bizonyítások gondolatmenetének szóbeli megfogalmazására a szemléletre támaszkodva.</p> <p>Egyszerű kombinatorikus feladatokban az elemek kiválogatása, rendezése az adott feltételnek megfelelően az adatok tervszerű változtatásával, a lehetőségek megtalálása, rendezése.</p>

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A racionális számkör és a racionális számokkal végzett műveletek biztos ismerete. Gyakorlottság a négy alpművelet elvégzésében a teljes racionális számkörben, tetszőleges alakban adott számokkal. Képesség a tanultak alkalmazására a matematika egyéb témaköreiben, más tantárgyakban és a mindennapi életben. Az önellenőrzés képességének és igényének alakítása.

Az általános összefüggések kutatásának, szabatos megfogalmazásának és bizonyításának igénye.

### Jellemzők

Javasolt óraszám: 50–60, illetve 70–85 tanítási óra attól függően, hogy a helyi tanterv heti hány órát biztosít a matematikatanításra.

Otthoni munkára javasolt idő: 25–35 óra.

Az alapszintű tankönyv a kerettantervben előírt tananyagot tartalmazza. A bővített tankönyv egyes (például az „ismerkedés” szóval jelzett) anyagrészeket a kerettantervben előírtnál bővebben és mélyebben tárgyal, ezért a feldolgozás alaposságában, mélységében igazodjunk az osztály színvonalához.

Ugyanakkor a következő témakörökben a lehetőségekhez igazodva haladjuk meg a kerettantervben leírtakat azért, hogy a 7. és a 8. osztályos matematika és természet-tudományos tárgyak előírt tananyagának feldolgozását megalapozzuk:

Minimumszinten is követeljük meg a tanulóktól, hogy kellően gyakorolják be a négy alapműveletet a teljes racionális számkörben. Ezt az elvárást már az egyenletek megoldásával kapcsolatos 6. osztályos minimumkövetelmény is feltételezi.

A racionális számkörben végzett műveletekről tanultakat tudják a tanulók alkalmazni egyszerű szöveges feladatok megoldásában is.

Ismerkedjenek meg a tanulók a százalékszámítással úgy, hogy a 7. osztályos év eleji ismétlés után már biztosan tudják alkalmazni.

A matematikai gondolkodásmód fejlesztése és a törtekkel végzett műveletek tudatosabbá tétele érdekében javasoljuk az oszthatósági feltételek alaposabb feldolgozását.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>A racionális számok</b></p> <p>A természetes számkör bővítése <math>10^6</math>-nál nagyobb nagyságrendekre.</p> <p>A törtekkel kapcsolatos fogalomrendszer kibővítése, elmélyítése. Mennyiségek törtrésze; a tört mint mérés, mint összehasonlítás eredménye.</p> <p>A tízes számrendszerről tanultak kiterjesztése a tizedestörtekre, a tizedestört fogalmának elmélyítése. Végtelen szakaszos tizedestörtek.</p> <p>Kerekítés. A szám közelítő, illetve valódi értékének megkülönböztetése a helyzetnek, a szöveg adatai közötti összefüggésnek megfelelően.</p> <p>Számok aránya, kifejezése tört-, tizedestört és százalékalakban.</p> <p>Ismerkedés a racionális számokkal kapcsolatos fogalomrendszerrel: a racionális szám mint két egész szám hányadosa; a 0, a pozitív egész, a negatív egész, a pozitív tört- és a negatív törtszámok együtt alkotják a racionális számok halmazát.</p> <p>Ismerkedés a hatványozással.</p>	<p><i>A tízes számrendszer biztos ismerete. Számok írása, olvasása (a <math>10^6</math>-nál nagyobb számoké, tizedestörteké, illetve pozitív és negatív számoké is), nagyság szerinti összehasonlításuk, rendezésük, ábrázolásuk számegyenesen, adott nagyságrendre kerekítésük. A racionális számkörrel kapcsolatos alapvető fogalmak (például pozitív szám, negatív szám, előjelek, ellentett, abszolútérték, egész szám, törtszám, reciprok) ismerete.</i></p> <p><i>Törtek értelmezése a szemléletre támaszkodva. Elnevezések ismerete. Törtalakban adott racionális számok írása, olvasása. Egyszerűbb esetekben bővítésük, egyszerűsítésük, közös nevezőre hozásuk, nagyság szerinti összehasonlításuk, ábrázolásuk számegyenesen.</i></p> <p>A racionális számkörrel kapcsolatos fogalomrendszer ismerete.</p> <p>A pontos szám és a közelítő szám jelentése közötti különbség értelmezése.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>A négy alpművelet a racionális számok körében</b></p> <p>A négy alpművelet az egész számok körében: az összeadás és a kivonás értelmezése és elvégzése nagyobb abszolútértékű számok esetén is; a szorzás és az osztás értelmezése; szabályok megfogalmazása.</p> <p>A négy alpművelet értelmezése és végrehajtása a törtek körében: a törtek összeadása és kivonása nagyobb nevező esetén is; reciprok; a törttel való szorzás és osztás értelmezése; szabályok megfogalmazása.</p> <p>A tizedestörtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, ..., 0,1-del, 0,01-dal stb. A négy alpművelet a tizedestörtek körében; szorzás és osztás tizedestörttel. A műveleti eredmények adott pontosságú becslése.</p> <p>Műveleti tulajdonságok vizsgálata és alkalmazása a racionális számkörben. Összetett számfeladatok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p> <p><b>Szöveges feladatok</b></p> <p>Egyszerű, a mindennapi gyakorlathoz is kapcsolódó szöveges feladatok megoldása a racionális számokról tanultak alkalmazásával. Következtetési feladatok az egyenes és a fordított arányossággal kapcsolatban. Adott mennyiség törtrészeinek kiszámítása, adott törtrészből az egész mennyiség kiszámítása.</p>	<p><i>Az egész számok körében értelmezett négy alpművelet végrehajtása, alkalmazása a legegyszerűbb feladatokban.</i></p> <p><i>A négy alpművelet értelmezése, elvégzése a nemnegatív törtek körében (az összeadás és kivonás esetében a törtek könnyen közös nevezőre hozhatók).</i></p> <p><i>A négy alpművelet végrehajtása tizedestörtekkel, a műveleti eredmény becslése adott pontosságú kerekített értékekkel számolva. A tanultak alkalmazása két-három lépésben megoldható feladatokban, egyéb témakörökhöz kapcsolódva is.</i></p> <p><i>A négy alpművelet értelmezése, végrehajtása tetszőleges alakban adott racionális számok körében. Összetett számfeladatok megoldása. A tanultak alkalmazása függvénytáblázatok, sorozatok kiegészítésében.</i></p> <p><i>Legfeljebb két művelettel leírható egyszerű (esetleg fordított szövegezésű, felesleges adatot is tartalmazó) szöveges feladatok értelmezése, a szükséges, illetve felesleges adatok szétválasztása, számítási terv leírása, a feladat megoldása, a megoldás ellenőrzése és értelmezése a törtekről, tizedestörtekről, illetve a műveleti sorrendről és a zárójelekről tanultak alkalmazásával is.</i></p> <p><i>Egyenes arányosság felismerése, az ismeretlen mennyiség kiszámítása.</i></p> <p><i>Összetettebb szöveges feladatok megoldása. Fordított arányossági feladatok megoldása következtetéssel.</i></p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Százalékszámítás; elnevezések; az alap, a százalékérték, a százalékláb kiszámítása következtetéssel. A százalékérték kiszámítása törttel való szorzással, az alap kiszámítása törttel való osztással, a százalékláb kiszámítása a százalékérték és az alap arányából.</p> <p><b>Elemi számelméleti ismeretek</b></p> <p>A természetes számok tulajdonságainak vizsgálata, tapasztalati megalapozása. Osztópárok, az összes osztó megkeresése (kis számok esetén).</p> <p>Törzsszám (prímszám), összetett szám fogalma. A számok törzstényezős alakra bontása.</p> <p>A közös osztók, közös többszörösök.</p> <p>A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös fogalma és megkeresése konkrét példákban.</p> <p>Oszthatósági feltételek (például 2-vel, 5-tel, 10-zel, 4-gyel, 25-tel, 100-zal, 1000-rel, 10 000-rel) keresése, vizsgálata, megfogalmazása, ismerkedés a bizonyítások gondolatmenetével konkrét számokhoz kapcsolódóan. Ismerkedés a maradékosztályokkal.</p> <p>A 3-mal, 6-tal, 9-cel való oszthatóság vizsgálata.</p> <p><b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b></p> <p>Ismerkedés az egyenletekkel, egyenlőtlenségekkel kapcsolatos fogalomrendszerrel: nyitott mondat, alaphalmaz, igazsághalmaz, egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség. Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása tervszerű próbálgatással, illetve a műveletek közötti összefüggések alkalmazásával. Ismerkedés a mérlegelvvel. A megoldás ellenőrzése. Szöveges feladatból egyenlet felírása, megoldása, az eredmény ellenőrzése a szöveg alapján.</p>	<p>Adott mennyiség törtrészének és adott törtrészből az egységnyi mennyiségnek a kiszámítása következtetéssel.</p> <p>A százalékszámítással kapcsolatos leggyorsabb feladatok megoldása.</p> <p><i>Kisebb számok osztópárjainak keresése.</i> <i>A 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb. osztható számok felismerése.</i></p> <p>A tanult oszthatósági szabályok ismerete, megfogalmazása, alkalmazása egy adott szám osztóinak megállapításában. Több szám legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének megkeresése egyszerűbb esetekben.</p> <p>A tanult számelméleti ismeretek alkalmazása törtek átalakításában, összeadásában, kivonásában.</p> <p><i>Egész együtthatós, két, három lépésben megoldható elsőfokú egyenletek megoldása tetszőleges eljárással, a megoldás ellenőrzése.</i></p> <p>Azonos átalakítást nem igénylő elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása (két-három lépésben) lebontogatással vagy a mérlegelv alkalmazásával. Az egyenlőtlenség megoldásának ellenőrzése néhány jól megválasztott elem behelyettesítésével. A racionális számokkal végzett műveletekről tanultak alkalmazása.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A függvénnyel kapcsolatos fogalomrendszer előkészítése a tudatosítás és az elnevezések bevezetésének igénye nélkül.

Az egyenes és a fordított arányosság alapos kimunkálása úgy, hogy a tanulók ezeket az ismereteket a matematika egyéb témaköreiben is legyenek képesek alkalmazni, illetve megfeleljenek a 7. és 8. osztályos földrajz-, fizika- és kémia-tanítás igényeinek.

### Jellemzők

Összóraszám: 12–15 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 6–8 óra.

Minden témakörben eszközjelleggel alkalmazzuk az ebbe a témakörbe tartozó ismereteket, tevékenységeket. Önálló témakörként a grafikonok vizsgálata, illetve az egyenes és a fordított arányosság jelenik meg. A fenti óraszám ezekre a témakörökre vonatkozik. A grafikonok készítése, értelmezése során statisztikai megfigyeléseket, elemzéseket is végeztetünk, így szoros kapcsolat van a két témakör feldolgozása között.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	Minimumkövetelmény Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Összefüggések, függvények</b> Kísérleti eredmények, mérési adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramokon, grafikonokon; összefüggések leolvasása grafikonról, táblázatról. Összetartozó értékpárok ábrázolása koordináta-rendszerben. Szöveggel, táblázattal vagy grafikonnal megadott függvények jellemzése. Az egyenes és a fordított arányosság értelmezése, elkülönítésük egymástól, illetve egyéb függvénykapcsolatoktól. Tanulmányozásuk konkrét feladatokhoz kapcsolódóan, az értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata (e fogalmak tudatosításának igénye nélkül), táblázatok és grafikonok készítése, a szabály felírása többféle alakban. Az egyenes arányosság grafikonjának vizsgálata, a meredekség értelmezése a szemléletre támaszkodva. Arányossági következtetések több lépésben is.	<i>Kísérleti eredmények, mérési adatok táblázatba rendezése; adatok leolvasása grafikonról, táblázatról. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben.</i> <i>Az egyenes, illetve fordított arányosság felismerése. Egyszerű egyenes arányossági következtetések végzése. Az egyenes arányosság ábrázolása, az összetartozó értékpárok leolvasása.</i> Kísérleti eredmények, mérési adatok ábrázolása diagramokon, grafikonokon. Szöveggel, táblázattal vagy grafikonnal megadott függvények jellemzése. Összetettebb egyenes arányossági és egyszerűbb fordított arányossági következtetések végzése konkrét példákban. Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának, definíciójának, tulajdonságainak ismerete. A tanultak alkotó alkalmazása a gyakorlati életből vett függvénykapcsolatok vizsgálatában.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Sorozatok</b> Racionális számsorozatok folytatása mindkét irányban. Valahányadik tag felírása.	<i>Racionális számsorozat folytatása adott (egyszerű) szabály szerint.</i>  Néhány elemével adott sorozathoz különböző szabályok keresése, a felismert szabály felírása többféle alakban. Sorozatok folytatása felismert szabály alapján.

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A 7. és a 8. osztályos matematika, illetve technika, fizika, kémia, biológia, földrajz sikeres tanuláshoz és a tanuló mindennapi életéhez szükséges geometriai látásmód, tér-szemlélet, ismeretrendszer és képességek megalapozása, alakítása. Gyakorlottság a mennyiségek becslésében és mérésében, a mértékegységek átváltásában, az alapvető szerkesztési eljárások alkalmazásában, a mérőeszközök, a körző és a vonalzó használatában.

A tehetséges, illetve a gimnáziumba készülő tanulók esetében annak a megláttatása, hogy a matematikában a fogalmakat definiáljuk, a felismert összefüggéseket logikai következtetések útján bizonyítjuk.

### Jellemzők

Összóraszám: 22–26, illetve 35–45 tanítási óra a helyi tanterv órakerete szerint.

Otthoni munkára javasolt idő: 20–25 óra.

A kerettantervben ajánlott minimális óraszámban csak akkor dolgozható fel az alapszintű tananyag, ha a leszakadóknak rendszeres korrepetálással biztosítjuk a felzárkóztatást. Az időhiányból eredő gondokat kissé csökkenthetjük, ha élve a jogszabály adta lehetőségekkel, az 5. és 6. osztályos tananyagot céltudatosan átrendezzük (a tananyagátfedések kiaknázásával).

A mérésekkel kapcsolatos ismereteket már a korábbi években elsajátították a tanulók, 6. osztályban a számtan, algebra, az összefüggések, függvények, sorozatok, illetve a valószínűség, statisztika témakörökben tanultak gyakorlati alkalmazásaként gyakoroljuk ezeket.

A geometriai szerkesztések terén a bővített tankönyv meghaladja a kerettantervben ajánlottakat. Ezért gyengébb képességű osztályokban az osztály színvonalához igazítva kevesebb súlyt helyezünk ezekre az anyagrészekre, mint amennyit a tankönyv sugall. Ugyanakkor a középiskolába készülő, tehetséges tanulóinkkal alaposan dolgozzuk fel ezeket a fejezeteket, s oldassunk meg minél több feladatot ezekből a részekből.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mennyiségek, mérések</b></p> <p>A mérésekről és mértékegységekről korábban tanultak gyakorlása, megszilárdítása. Mennyiségek felírása különböző mértékegységekkel, a törtekről, tizedes-törtekről tanultak alkalmazásával is.</p> <p><b>Geometriai transzformációk</b></p> <p>Ismerkedés az egybevágósági transzformációkkal a síkon (parkettán, koordináta-rendszerben) és a térben.</p> <p>A tengelyes tükrözés legfontosabb tulajdonságai. Pont, szakasz, félegyenes, egyenes, szög, síkidom tengelyesen tükrös helyzetű képének megrajzolása (például négyzet rácson, koordináta-rendszerben) és megszerkesztése.</p> <p>Tengelyesen tükrös alakzatok vizsgálata: kör, négyzet, téglalap, egyenlő szárú háromszögek, deltoidok.</p> <p>Húrtrapézok, a tengelyes tükrözés tulajdonságainak alkalmazása egyszerű feladatokban.</p> <p>Szakaszmásolás, felezőmerőleges fogalma, megszerkesztése. Szög másolása, szög felezése.</p> <p>Geometriai szerkesztések: párhuzamos, merőleges egyenesek, nevezetes szögek (<math>60^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>75^\circ</math>), szimmetrikus háromszögek, négyszögek szerkesztése.</p> <p><b>Síkidomok, testek</b></p> <p>Szimmetrikus háromszögek, négyszögek kerületének, területének kiszámítása, általános szabályok megfogalmazása, bizonyítása és alkalmazása.</p> <p>A sokszögekről tanultak kibővítése, általánosítása: a sokszög fogalma, tulajdonságai; konvex és nemkonvex négyszögek; a sokszög átlóinak száma. Speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid fogalma). A sokszögek, ezen belül a négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint.</p>	<p><i>Mennyiségek becslése, mérése, a mérőeszközök ismerete és rutinos használata. A mérések és a mértékegységek átváltása során a törtekről, tizedestörtekről tanultak alkalmazása.</i></p> <p><i>A tengelyes tükrözés alapvető tulajdonságainak ismerete. Háromszög, négyszög tengelyes tükörképének megszerkesztése.</i></p> <p><i>A szimmetrikus négyszögek, háromszögek felismerése, tulajdonságaik felsorolása rajz alapján.</i></p> <p><i>Szakasz felezőmerőlegesének, felezőpontjának megszerkesztése. A szögfajták felismerése. Szög mérése, másolása és felezése. Derékszög és párhuzamos egyenesek megrajzolása két vonalzóval.</i></p> <p>Szimmetrikus háromszögek, négyszögek megszerkesztése.</p> <p>A szimmetriával igazolható tulajdonságok ismerete, alkalmazása.</p> <p>Derékszög, párhuzamos egyenespár, nevezetes szögek megszerkesztése, a tanultak alkalmazása egyszerű szerkesztési feladatokban.</p> <p><i>Sokszögek kerületének, a téglalap, négyzet területének kiszámítása, a terület mértékegységeinek átváltása a törtekről, tizedestörtekről tanultak alkalmazásával.</i></p> <p>A háromszög-egyenlőtlenség és a háromszög belső szögeinek összegével kapcsolatos összefüggés ismerete, alkalmazása számításokban, bizonyításokban.</p> <p>A körrel kapcsolatos fogalmak, elnevezések és az érintő tulajdonságainak ismerete.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Geometriai bizonyítások: a háromszög-egyenlőtlenség; a háromszög belső szögeinek összege. A háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint.</p> <p>A háromszög külső szögeinek fogalma, összege.</p> <p>Ismerkedés a húrnégyszöggel, a húrtrapézzal, belső szögek vizsgálata.</p> <p>A körrel kapcsolatos fogalomkör.</p> <p>Tételek kölcsönös helyzete. Testek építése. Különböző testek hálózatának felvázolása, a felszín kiszámítása.</p> <p>Síkra szimmetrikus alakzatok keresése és vizsgálata a térben.</p>	

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A matematika gyakorlati alkalmazására törekvés. A megfigyelőképesség, elemzőképesség, számolási rutin fejlesztése. Tervszerűség.

### Jellemzők

A számtan, algebra, illetve az összefüggések, függvények, sorozatok témakörben bővülő ismeretek alkalmazása jelent többletet az 5. osztályos tartalomhoz és követelményekhez viszonyítva. Önálló óraszám e témakörben nem határozható meg.

A témakörhöz tartozó tananyag feldolgozását nem tankönyvcentrikusan, hanem tényleges kísérletekre, gyűjtőmunkára alapozva oldhatjuk meg.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Véletlen események megfigyelése. Kísérletek eredményeinek statisztikai elemzése, az események gyakorisága; relatív gyakoriság. A biztos, a lehetséges és a lehetetlen esemény fogalma.</p> <p>Gyűjtött és táblázatokban talált adatok vizsgálata, ábrázolása grafikonon, diagramon. Grafikon, oszlopdiagram, kördiagram olvasása, értelmezése.</p> <p>Több szám számtani közepe.</p>	<p><i>Több szám, mennyiség átlagának meghatározása.</i></p> <p>Események megfigyelése, biztos, lehetséges, lehetetlen események kiválasztása.</p> <p>Adatok gyűjtése, rendezése, rendszerezése, gyűjtött és például statisztikai kiadványokban talált adatok elemzése, értelmezése, ábrázolása grafikonnal, diagrammal. Grafikonról adatok leolvasása.</p>



## 7. osztály

### Javasolt óraszám

A kötelező órakeretből 3 tanítási óra hetente. Javasolt óraszám a kiegészítő órakeretből: 1 + 1 óra/hét. Legalább a kiegészítő órát differenciált csoportbontásban célszerű megszervezni úgy, hogy egy órát az órarendben is rögzített felzárkóztató gyakorlásra, egy másik órát tehetséggondozásra, illetve szakkörre biztosítsunk (a tanulók igényeinek megfelelően).

Otthoni munkára javasolt idő: 20 perc/tanóra.

### Taneszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 7. A*, alapszintű tankönyv (2002-ben kerül átdolgozásra)

Hajdu Sándor: *Matematika 7. B*, tankönyv, bővített változat (2002/2003-as tanévtől)

Hajdu Sándor: *Matematika 7. feladatainak megoldása*

Hajdu Sándor: *Matematika 7–8. Gyakorló*

Hajdu Sándor: *Matematika 7–8. Feladatgyűjtemény*, tehetséggondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 7. osztály. Tanulói példány*

Hajdu Sándor: *Matematika 7. Program*, tanári segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 7. osztály. Tanári példány*

### A 7. osztályos taneszközök jellemzői

A taneszközök „széles sávban” dolgozzák fel a tananyagot, egyaránt lehetőséget biztosítanak a lemaradó gyermekek felzárkóztatására, illetve az átlagosnál tehetségesebb, esetleg gimnáziumi tagozatra járó gyermekek fejlesztésére. Ez azt is jelenti, hogy az egyes osztályokban nem lehet vagy nem kell a tankönyv minden fejezetét teljes mélységében feldolgozni, a taneszközökben lévő minden feladatot megoldatni. A Program tartalmaz ajánlásokat a különböző szintű és mélységű tananyag-feldolgozások megtervezéséhez, a feladatok kiválasztásához.

Amennyiben 6. osztályban nem sikerült a mintatanterv által ajánlott célokat elérni a geometriában, illetve a racionális számokkal végzett műveletek, valamint a százalékszámítás terén, akkor az év eleji ismétléshez szükségünk lehet a Matematika 6. Gyakorló alkalmazására is.

A tankönyv bővített változata tartalmazza a középiskolába készülőknek szánt kiegészítő anyagrészeket, összetettebb fejtörő feladatokat. Az alapszintű és a kiegészítő fejezetek összehangolásához a Program nyújt segítséget. Ez a megoldás lehetővé teszi a differenciálást azokban az iskolákban is, amelyekben nem oldható meg a tehetség szerinti csoportbontás.

A tankönyv alapszintű és bővített változata, valamint a kétféle célt szolgáló kiegészítő tanulói segédlet, a Gyakorló, illetve a Feladatgyűjtemény lehetővé teszi, hogy a taneszközcsalád rugalmasan illeszkedjék nagyon sokféle helyi koncepcióhoz, értékrendhez.

A témazáró felmérő feladatsorok úgy illeszkednek a különböző koncepciókhoz, hogy egy alapszintű és egy emelt szintű értékelési normára adnak mintát (vagy eltérő feladatokkal vagy azonos feladatok eltérő minősítésével).

## Gondolkodási módszerek

### Általános fejlesztési feladatok

A gondolkodási módszerek egyre tudatosabb alkotó alkalmazása a matematikai fogalmak értelmezésében, a fogalmak közti kapcsolatok feltárásában, a problémák megoldásában, a felismert összefüggések bizonyításában.

### Jellemzők

A témakörhöz tartozó ismereteket nem tanítjuk önálló témaként, továbbra is eszközként alkalmazzuk a matematikai fogalomrendszerek alakítása során. Ezért a témakörre fordítandó összóraszám nem határozható meg. Ugyanakkor fokozatosan fel kell fedeztetnünk a tanulókkal (még mindig konkrét feladatokra támaszkodva) a logikai és a halmazműveletek sajátosságait, a helyes következtetési sémákat stb.

A szövegértelmező képesség fejlesztésében és a nyelv logikai elemeinek ismeretében minimumszinten is célszerű követelményt megfogalmaznunk. Ezen követelmények teljesítése nélkül tanulóink nem tudják elsajátítani a matematika egyéb témaköreit, illetve a kerettanterv más műveltségi területei számára megfogalmazott minimumszintű követelményeket sem.

A középiskolába készülők tanulóinkat fokozatosan fel kell készítenünk a deduktív ismeretszerzés sajátosságaira, ki kell alakítanunk az ehhez szükséges matematikai látásmódot és logikus gondolkodási képességet.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
Állítások átfogalmazása más, egyező jelentésű formára. A „minden”, „van olyan”, „és”, „vagy”, „ha ..., akkor ...”, „pontosan akkor ..., ha ...”, „akkor és csak akkor ..., ha ...” kifejezések használata.	A „nem”, a logikai „és”, logikai „vagy”, „ha ..., akkor ...”, valamint a „minden”, „van olyan” kifejezések alkalmazása.
Ismert halmazok egymáshoz való viszonyának vizsgálata. Részhalmazok képzése adott szempontok szerint. A „nem” és a halmaz komplementere, az „és” és a halmazok metszete, a „vagy” és a halmazok uniója közti kapcsolat megsejtetése.	A „pontosan akkor ..., ha ...”, „akkor és csak akkor ..., ha ...” kifejezések helyes használata. A „minden”, „van olyan” típusú állítások átfogalmazása, igazolása vagy megcáfolása (konkrét példákon). <i>Ismert elemeket tartalmazó halmaz elemeinek csoportosítása, rendezése, rendszerezése két adott szempont szerint.</i> <i>Egyszerű matematikai szövegek értelmezése. Szöveges feladatok megoldása a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan.</i>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A logikai és a halmazokról tanult ismeretek alkalmazása az újonnan tanult ismeretekkel kapcsolatos állítások igazságának eldöntésében, az új fogalmak közti kapcsolatok feltárásában, sejtések, összefüggések megfogalmazásában a matematika minden témakörében. Egyszerű következtetések, bizonyítások különféle tárgykörökből vett példákon.</p> <p>A bővülő tartalomnak megfelelő matematikai szövegek értelmezése. Egyszerű és összetettebb szöveges feladatok megoldása a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan. Szövegalkotás.</p> <p>Kombinatorikus feladatok egy-egy feltételének rendszeres változtatása, a feltételnek megfelelően a feladat megoldása: a lehetőségek számának táblázatba foglalása; ezek elemzése, összehasonlítása, az adatok közötti összefüggés megállapítása.</p> <p>Kombinatorikai gondolatmenetek egyszerű alkalmazása konkrét feladatokban a matematika minden témakörében.</p> <p>Megfordítható és meg nem fordítható állítások keresése, például oszthatósággal, geometriával kapcsolatban.</p>	<p><i>Ismert alaphalmaz elemeiről annak eldöntése, hogy igaz-e egy nyitott mondatot vagy sem. Az „alaphalmaz”, „nyitott mondat”, „igazsághalmaz” kifejezések ismerete.</i></p> <p>A halmazokkal és logikával kapcsolatosan tanult legalapvetőbb ismeretek tudatos alkalmazása matematikai és nem matematikai tárgykörökben.</p> <p>Egyszerű matematikai szövegek elemzése, lefordítása a matematika nyelvére. Összetettebb szöveges feladatok megoldása. Szövegalkotás. A szaknyelv helyes használata. A felismert, illetve elsajátított fogalmak, tulajdonságok, összefüggések, bizonyítások gondolatmenetének szóbeli és írásbeli megfogalmazása.</p> <p>Kombinatorikus feladatok megoldása során (4-5 elem) a lehetőségek táblázatba foglalása, elemzése.</p>

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A számokkal, illetve algebrai kifejezésekkel kapcsolatos ismeretek és eljárások olyan szintre emelése, amely lehetővé teszi ezek egyszerű alkalmazását a matematika egyéb témaköreiben és a fizika, kémia, technika stb. tanulása során. Az induktív és a matematikára jellemző deduktív gondolkodásmód, az elvonatkoztatási, az általánosítási, illetve a konkretizálási képesség alakítása. A zsebszámológép rutinszerű használatának elsajátítása.

## Jellemzők

Óraszám: 54–60 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 30 óra.

Amennyiben a szükséges alapok (lásd alább) hiányoznak, akkor lényegesen több tanítási órára lehet szükség. A taneszközök úgy épülnek fel, hogy nagy az átfedés a 6. és a 7. osztályos tananyag között, így segítségükkel pótolhatók az esetleges hiányosságok, de szükség lehet a Matematika 6. Gyakorló használatára is.

Legalább 50 órát akkor is biztosítsunk erre a témakörre, ha a helyi tanterv alapján csak heti 3 órában tanítjuk a matematikát. Ebben az esetben a korábban tanultak (műveletek, százalékszámítás, szöveges feladatok) év eleji alapos begyakoroltatására nagyon kevés idő jut, az új anyagrészekkel is csak felületesen foglalkozhatunk, ezért a lemaradónak korrepetálást kell szerveznünk.

Javasoljuk, hogy részletesen foglalkozzunk a számok normálalakjával (különösen gimnáziumi tagozaton, illetve középiskolába készülőknél). Ezt a természetismereti tantárgyak és a számítástechnika egyaránt igénylik.

Az algebrai kifejezések értelmezésének és a velük való műveleti eljárásoknak a megtanulása, illetve az egyenletek megoldása jelentős elvonatkoztatási és általánosítási képességet tételez fel. Ezért az alapszinten tanulónál nem törekedhetünk a teljességre. Azonban a gimnáziumi tagozatra járó, illetve középiskolába készülő tanulóinkkal dolgoztassuk fel és gyakoroltassuk be a teljes bővített tankönyvi anyagot.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Műveletek racionális számokkal</b></p> <p>A racionális számokról és a velük végzett műveletekről tanultak tudatosabb szintre emelése. A különböző alakban adott racionális számokkal végzett műveletek algoritmusainak begyakorlása, alkalmazása az új anyagrészek feldolgozása során a matematika minden témakörében. Műveleti azonosságok, alkalmazásuk a számítások egyszerűsítésében. Műveleti sorrend, zárójelek használata. Kerekítés, közelítő számítások.</p> <p>Hatványozás, a kitevő természetes szám. A hatványozás azonosságainak felismeretése, a megfigyelt összefüggések általánosítása, ismerkedés a bizonyítások gondolatmenetével. Az 1-nél nagyobb számok normálalakja. Műveletek normálalakban adott számokkal.</p> <p>Ismerkedés a zsebszámológéppel.</p>	<p><i>A négy alpművelet biztos elvégzése bármilyen alakú racionális számok körében. Az eredmények előzetes becslése.</i></p> <p><i>Egyenes és fordított arányossággal kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása következtetéssel. A százalékvérték, az alap és a százalékláb kiszámítása a másik kettő ismeretében.</i></p> <p><i>Egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult témakörökkel kapcsolatosan.</i></p> <p><i>Osztó, többszörös, két szám közös osztóinak, néhány közös többszörösének megkeresése egyszerűbb esetekben.</i></p> <p>Annak eldöntése, hogy mikor kell pontos, illetve mikor lehet kerekített értékkel számolni. A közelítő értékekkel végzett számítás hibájának becslése.</p> <p>A hatvány fogalmának ismerete. Az 1-nél nagyobb számok normálalakjának értelmezése, felírása, alkalmazása egyszerűbb esetekben.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Két szám aránya, több szám aránya. Arányos osztás, feladatok az arányos osztásra. Egyenes és fordított arányosági feladatok megoldása. Az aránypár. Az aránypár ismeretlen tagjának kiszámítása. Mennyiségek törtrésze. Összetett következtetések.</p> <p>A százaléérték kiszámítása törttel való szorzással. Az alap kiszámítása törttel való osztással.</p> <p>A százalékláb kiszámítása a százaléérték és az alap arányából.</p> <p>Osztók, többszörösök, a korábban tanult oszthatósági szabályok felelevenítése, kiegészítése, oszthatóság 3-mal, 9-cel, 8-cal, 125-tel, 6-tal, ... Számok prímtényezőkre bontása, a legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös kiszámítása a prímtényezőkre bontás segítségével, ismerkedés a bizonyítások gondolatmenetével.</p> <p>Néhány matematikatörténeti vonatkozás.</p> <p><b>Algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek</b></p> <p>Algebrai egész kifejezések értelmezése, helyettesítési értékének kiszámítása. Egynemű kifejezések, összevonásuk. Egytagú, illetve többtagú algebrai kifejezések szorzása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>	<p>Az arány fogalmának ismerete. Arányos osztással, egyenes és fordított arányossággal kapcsolatos feladatok megoldása az arányszámmal való szorzással, osztással is. Az aránypár fogalmának ismerete, az aránypár ismeretlen tagjának kiszámítása.</p> <p>Prímszám, összetett szám fogalmának ismerete, számok törztényezőkre bontása.</p> <p><i>Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értékének kiszámítása. Egynemű kifejezések összevonása. Algebrai kifejezések szorzása számmal.</i></p> <p><i>4-5 lépéssel megoldható lineáris egyenlet, egyenlőtlenség megoldása.</i></p> <p>Egytagú, illetve többtagú algebrai kifejezések szorzása egytagú kifejezéssel. A tanult azonosságok ismerete és alkalmazása a számítások ésszerűsítésében, ellenőrzésében, algebrai kifejezések átalakításában, egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása során.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Egész- és törtegyütthatós elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvével, a megoldás során az algebrai kifejezésekkel kapcsolatosan tanultak alkalmazása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel.</p> <p>Becslés. A megoldás létezésének eldöntése, ellenőrzés a szöveg alapján.</p> <p>A 10 negatív egész kitevőjű hatványai, a 0 és 1 közé eső számok normálalakja.</p> <p>Algebrai törtek értelmezési tartománya, helyettesítési értékének kiszámítása.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezéssel.</p> <p>Ismerkedés nem elsőfokú egyenletek megoldásával.</p>	<p>A mérlegelvével tudatos alkalmazása.</p> <p>Egyenlettel megoldható szöveges feladatokban lévő probléma feltárása, az adatok között a szükségesek és a feleslegesek megkülönböztetése, a szükséges adatok közötti kapcsolatok megállapítása, a keresett adat (adatok) meghatározása. A feladat megoldási tervének egyenlet, egyenlőtlenség formájában történő megfogalmazása, az eredmény becslése, a megoldás (megoldások) megkeresése, ellenőrzése, az eredeti probléma tükrében történő megvizsgálása.</p> <p>A hatványozás azonosságainak ismerete, értelmezése, bizonyítása, alkalmazása.</p> <p>Algebrai törtek kifejezések helyettesítési értékének kiszámítása. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikai fogalomalkotás képességének alakítása a függvénnyel kapcsolatos ismeretrendszer tudatosításával, az általános összefüggések felismertetésével, megfogalmazásával és alkalmazásával. A tanultak eszközszerű alkalmazása a matematika egyéb témaköreiben, illetve a fizika, kémia, technika stb. tanulása során.

### Jellemzők

Óraszám: 15–18 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 5–6 óra.

Legalább 10–12 órát akkor is szánjunk erre a témakörre, ha a helyi tanterv alapján csak heti 3 matematikaóra van. Ebben az esetben nem törekedhetünk az elvontabb fogalmak kialakítására, ezért a középiskolába készülő tanulóinkkal külön kell foglalkoznunk.

A függvény fogalmával kapcsolatos témakör fontosságát mutatja egyrészt a matematikában, a természettudományokban és a gyakorlati életben elfoglalt helye, másrészt a problémamegoldó gondolkodásban és a matematikai látásmódra nevelésben játszott szerepe.

A programunk alapján először találkozik ennyire elvont fogalomrendszerrel a tanuló. Ezért csak az elmúlt évek alapozó munkájára építve, sok-sok konkrét példa elemzésével juthatunk el az általánosításokig. A matematikát nehezen elsajátító tanulóknál ne ragaszkodjunk a definíciók értelem nélküli megtanulásához. Fontosabb, hogy a tanuló a függvényről tanultakat gyakorlati jellegű feladatokban, a fizika, kémia, földrajz tanulásakor alkalmazni tudja.

A racionális számokról tanultak átismétlésekor, illetve a folyamatos ismétlés során újra és újra sorozatokkal is találkozzanak a tanulók.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések</b></p> <p>Konkrét rendezési relációk, ekvivalencia-relációk és egyéb összefüggések vizsgálata a különféle matematikai témákhoz kapcsolódva.</p> <p><b>Függvények</b></p> <p>Két halmaz közti hozzárendelések (relációk) különböző megjelenítése konkrét feladatok megoldásához kapcsolódóan.</p> <p>A függvény mint egyértelmű hozzárendelés. Elnevezések: független változó, függvényérték, értelmezési tartomány, értékészlet. A függvény megadása az értelmezési tartomány, az értékészlet és a hozzárendelési szabály megadásával történik. A hozzárendelési szabály megadható képlettel, formulával, utasítással; táblázattal, grafikonnal. Szöveggel megadott függvények vizsgálata.</p> <p>A lineáris függvény fogalma, grafikus ábrázolása, menetének vizsgálata. Az egyenes arányosság és a konstans függvény mint speciális lineáris függvény.</p> <p>Néhány nemlineáris függvény (például a fordított arányosság és az abszolútérték-függvény).</p>	<p><i>A tanult összefüggések felismerése, alkalmazása konkrét feladatokban (például „osztható”, „kisebb”, „valamivel osztva ugyanazt a maradékot adja”, „párhuzamos”, „egybevágó”).</i></p> <p>Ismert alaphalmaz elemeinek rendezése, rendszerezése adott vagy felismert reláció figyelembevételével.</p> <p><i>Táblázattal, grafikonnal adott tapasztalati függvény értelmezése, menetének vizsgálata. Táblázat kitöltése adott szabály vagy grafikon alapján. Grafikonok megrajzolása táblázat segítségével.</i></p> <p><i>Táblázattal, grafikonnal vagy formulával megadott lineáris függvény menetének vizsgálata.</i></p> <p>A függvénnyel kapcsolatos fogalomrendszer ismerete. A megfeleltetések közül a függvény kiválasztása.</p> <p>Táblázattal vagy formulával megadott lineáris függvény grafikonjának megrajzolása, értelmezése, menetének vizsgálata.</p> <p>A fordított arányosság mint függvény fogalmának ismerete, grafikonjának megrajzolása, értelmezése.</p> <p>Szöveggel adott lineáris függvényhez, fordított arányossághoz a szabály felírása, táblázat kitöltése.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	Minimumkövetelmény Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Sorozatok</b></p> <p>Konkrét sorozatok értelmezése, vizsgálata a racionális számokról és az algebrai kifejezésekről tanultak gyakorlására.</p> <p>Egyenletek és egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Esetleg további nemlineáris függvények ábrázolása (egészrész-, törzsrészfüggvény), vizsgálata.</p>	<p><i>Konkrét sorozat folytatása adott egyszerű szabály alapján, a sorozat változásának megfigyelése.</i></p> <p>Néhány elemével adott sorozathoz szabályok keresése, a sorozat többféle folytatása a felismert szabályok alapján.</p> <p>Egyenletek grafikus megoldása.</p> <p>A függvénnyel kapcsolatos fogalmak értelmezése, a definíciók szabatos megfogalmazása.</p> <p>Az abszolútérték-függvény ismerete.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikai látásmód és a képi problémamegoldó képesség fejlesztése a korábban felismert fogalmak, összefüggések tudatosításával, általánosításával, elvontabb szintre emelésével. A bizonyítási igény felkeltése. Olyan képességek (térszemlélet, finommanipulációs képesség) alapozása, amelyekre nemcsak a matematika, hanem a szakmai tárgyak (például a műszaki rajz) tanulásában is szükség lesz.

### Jellemzők

Összóraszám: 50–65 tanítási óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 20 óra.

Amennyiben a helyi tanterv csak heti 3 órát biztosít a matematika számára, akkor erre a témakörre csupán 30–35 óra marad, ami a kerettantervben előírt követelményeknek csak redukált szintű teljesítését teszi lehetővé.

A mérésekkel kapcsolatos ismereteket a számtan, algebra, illetve az összefüggések, függvények, sorozatok témakörökhöz kapcsolódóan is gyakoroltassuk.

Ha az elmúlt tanévben a tengelyes tükrözésre, illetve a deltoidra nem fordítottunk kellő óraszámot, akkor ezekre az anyagrészekre további órákat kell szánnunk.

A vektorokkal kapcsolatos ismeretrendszer szükséges egyes fizikában tanult fogalmak, illetve matematikában a párhuzamos szárú szögpár fogalmának kialakításához. Ezért feltétlenül javasoljuk, hogy már a 7. osztályban foglalkozzunk a vektorokkal és ehhez kapcsolódóan az eltolással, esetleg úgy, hogy a kör kerületét, területét és a körhengert a 8. osztályban tanítjuk.



A geometria tanításával egy jelentős szemléletváltást is meg kell alapoznunk. Elsősorban a gimnáziumi tagozatra járó, illetve a középiskolába készülő tanulóknak fokozatosan fel kell ismerniük a következőket:

1. Különbséget kell tennünk a rajzolás és a meghatározott szabályok szerint elvégzett szerkesztés között.
2. Mit jelent egy fogalmat definiálni? Mikor helyes egy definíció? Melyek az alapfogalmak, melyek a definiált fogalmak?
3. Mi a tétel? Mi a különbség a definíció és a tétel között?
4. Mit jelent a bizonyítás? Mi a különbség a szemléletre támaszkodó sejtés és a logikailag helyes következtetésekkel levezetett bizonyítás között? Mit kell bizonyítanunk és mit nem?

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mérések, mértékegységek</b></p> <p>A mérésekről, mértékegységekről tanultak alkalmazása a matematika különböző témaköreihez tartozó feladatokban. A korábban és az újonnan (például a számok normálalakjáról, a hasáb felszínéről és térfogatának számításáról) tanultak összekapcsolása.</p> <p><b>Síkidomok, testek</b></p> <p>Alapfogalmak, alaptételek. Tételek, kölcsönös helyzetük, rendszerezés.</p> <p>Síkidomok. A sokszög fogalma, tulajdonságai, csoportosításuk. A sokszögek kerülete.</p> <p>Szögmérés, szögfelezés, szögmásolás, a szögek fajtái.</p> <p>A vektor fogalma. Vektorok ellentettje, összeadása, kivonása.</p> <p>Az elfordulás mérése irányított szöggel, forgásszögek.</p>	<p><i>A hosszúság, a tömeg, az űrtartalom és az idő méréseinek, szabványos mértékegységeinek, a köztük lévő kapcsolatoknak az ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.</i></p> <p>A tanultak alkotó alkalmazása az új anyag feldolgozása során, illetve a természettudományi tantárgyakhoz kapcsolódó feladatokban is.</p> <p><i>Az alapvető geometriai fogalmak, elnevezések, jelölések ismerete. A tételek kölcsönös helyzetének felismerése konkrét vizsgálatokban.</i></p> <p><i>Sokszögek csoportosítása adott szempontok szerint.</i></p> <p><i>Szögfelezés, szögmásolás.</i></p> <p>A vektor fogalmának ismerete.</p> <p>A vektorok ellentettjének, összegének, különbségének megszerkesztése konkrét feladatokban. A fizikában tanultakkal (elmozdulás, erő) való kapcsolat felismerése.</p> <p>Az elfordulás mérése, az irányított szög és a forgásszög fogalmának ismerete.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A terület fogalma, tulajdonságai, mértékegységei. A deltoid, a paralelogramma, a háromszög, a trapéz területének kiszámítása átdarabolással, kiegészítéssel, az általános szabály megfogalmazása és alkalmazása. A négyszög, tetszőleges sokszögek területének kiszámítása háromszögekre bontással.</p> <p>A kör kerülete, területe.</p> <p>Egyenes körhenger fogalma, tulajdonságai, hálójá, felszíne, térfogata.</p> <p>Testek építése a tanult síkidomok felhasználásával.</p> <p>A térfogat fogalma, mértékegységei.</p> <p>Az egyenes hasáb származtatása, tulajdonságai, hálózata, felszíne, térfogata.</p> <p><b>Egybevágósági transzformációk</b></p> <p>A geometriai transzformáció mint pont-pont függvény értelmezése. Mozgások, transzformációk vizsgálata a síkon (párhuzamos eltolás, koordináta-rendszerben) és a térben. Az egybevágósági transzformáció fogalma. A korábban tanultak tudatosítása, rendszerezése, elmélyítése.</p> <p>A tengelyes tükrözésről tanultak felelevenítése, kiegészítése. A tengelyes tükrözés mint a síkon értelmezett egybevágósági transzformáció, illetve mint egy tengely körüli 180°-os elforgatás a térben.</p> <p>Az eltolás fogalma, alaptulajdonságai. Az eltolás mint egybevágósági transzformáció, megadása, végrehajtása, tulajdonságai. Egyállású szögek.</p> <p>Az elforgatás szemléletes fogalma, az elforgatás mint egybevágósági transzformáció.</p> <p>Az elforgatás megadása, tulajdonságai, egyszerű alakzatok elforgatása. Forgásszimmetrikus alakzatok.</p>	<p><i>A deltoid, a paralelogramma (négyzet, téglalap, rombusz), a háromszög, a trapéz területének kiszámítása az általános szabályok alkalmazásával. A terület szabványos mértékegységeinek ismerete.</i></p> <p><i>Az egyenes hasáb felismerése, felszínének, térfogatának meghatározása. A térfogat szabványos mértékegységeinek ismerete.</i></p> <p>A deltoid, a paralelogramma, a háromszög, a trapéz területképletének levezetése átdarabolással, kiegészítéssel.</p> <p>A szabályos sokszögek, illetve a tetszőleges sokszögek területének kiszámítása háromszögekre bontással.</p> <p>Az egyenes hasáb értelmezése, tulajdonságainak felsorolása, hálózatának felvázolása. A térfogatszámítás alkalmazása a fizikában és a kémiában.</p> <p><i>Az egybevágó alakzatok felismerése.</i></p> <p><i>Az eltolás, a tengelyes tükrözés és a középpontos tükrözés fogalmának és alaptulajdonságainak ismerete. Háromszög, négyszög tengelyes tükrözéssel, illetve középpontos tükrözéssel kapott képek megszerkesztése.</i></p> <p><i>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése.</i></p> <p>A geometriai transzformáció és az egybevágóság fogalmának ismerete.</p> <p>Az elforgatás fogalmának és alaptulajdonságainak ismerete. Egyszerű alakzat elforgatással kapott képek megszerkesztése. A forgásszimmetrikus alakzatok felismerése, annak megállapítása, hogy a forgásszimmetrikus alakzat milyen forgatásokkal hozható fedésbe önmagával.</p> <p><i>Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése.</i></p> <p>Az egybevágósági transzformációk alkalmazása egyszerű szerkesztésekben, bizonyításokban.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Merőleges szárú szögek.</p> <p>A középpontos tükrözés fogalma, alaptulajdonságai, kapcsolata az elforgatással. A középpontos tükrözés mint egybevágósági transzformáció. A középpontos tükrözés megadása a középponttal; pont, szakasz, szög, egyéb alakzatok középpontos tükrözése. Középpontosan szimmetrikus alakzatok vizsgálata.</p> <p>Fordított állású szögek, csúcsszögek, <math>180^\circ</math>-ra kiegészítő szögek, mellékszögek.</p> <p>A szabályos sokszögek fogalma, különböző szimmetriáik vizsgálata.</p> <p><b>A sokszögekről tanultak kiegészítése</b></p> <p>A háromszögről az előző években tanultak rendszerezése. A háromszögek csoportosítása adott szempontok szerint. Összefüggések a háromszög külső és belső szögei között, a háromszög oldalai között. A háromszög magasságai. Háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p> <p>A négyszögekről, speciális négyszögekről az előző években tanultak rendszerezése, csoportosításuk adott szempontok szerint. A négyszögek tulajdonságai. Négyszögek szerkesztése.</p> <p>A deltoidról tanultak felelevenítése, a hiányosságok pótlása.</p> <p>A paralelogramma értelmezése és a meghatározásból következő egyéb tulajdonságok. A középpontosan tükrös négyszög, a paralelogramma. A paralelogrammák osztályozása adott szempontok szerint. Speciális paralelogrammák. Paralelogrammák szerkesztése.</p>	<p>A párhuzamos szárú szögek és a merőleges szárú szögek származtatása, felismerése ábrákon, alakzatokon, az összefüggések alkalmazása számításokban, bizonyításokban.</p> <p><i>A háromszög fogalma, a speciális háromszögek tulajdonságainak felismerése, háromszögek megszerkesztése a legegyszerűbb esetekben. A háromszög belső szögei közti kapcsolat ismerete, alkalmazása számításokban.</i></p> <p>A háromszög külső és belső szögei közti összefüggések ismerete, alkalmazásuk szerkesztési, számításos és bizonyítási feladatokban. A háromszögek egybevágósági alapeseteinek ismerete. Háromszögek szerkesztése a tanult egybevágósági esetek felhasználásával.</p> <p><i>A négyszög fogalmának ismerete.</i></p> <p><i>A deltoid fogalma, legfontosabb tulajdonságainak felismerése.</i></p> <p><i>A paralelogramma és a speciális paralelogrammák (rombusz, téglalap, négyzet) fogalma, legfontosabb tulajdonságaik felismerése.</i></p> <p><i>A trapéz és a speciális trapézok fogalma, legfontosabb tulajdonságaik felismerése.</i></p> <p>A négyszögek, speciális négyszögek fogalmának, tulajdonságainak biztos ismerete, e fogalmak közti kapcsolatok felismerése.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A trapéz meghatározása és a meghatározásból következő tulajdonságok. Speciális trapézok. Trapéz szerkesztése.</p> <p>A tengelyes tükrözés, az eltolás, az elforgatás és a középpontos tükrözés tulajdonságainak alkalmazása egyszerű szerkesztési, számolási és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Eltolás, elforgatás, középpontos tükrözés helyettesítése két tengelyes tükrözéssel.</p> <p>Összefüggés a háromszög szögei és oldalai között.</p>	<p>A deltoid, húrtrapéz, paralelogramma, speciális paralelogrammák szimmetriaviszonyainak meglátása, alkalmazásuk számításokban, szerkesztésekben.</p> <p><i>A négyszög belső szögei összegének meghatározása.</i></p> <p>A deltoid, a trapéz és a paralelogramma belső szögei közti kapcsolat ismerete, alkalmazása számításokban, szerkesztésekben.</p> <p>Négyszög, speciális négyszögek szerkesztése a háromszögszerkesztés, illetve a speciális négyszögek tulajdonságainak felhasználásával.</p> <p>A szerkesztési feladatok megoldásmenetének megismerése. Törekvés a felismert összefüggések bizonyítására.</p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikai látásmód fejlesztése. A mindennapi véletlen jelenségek értelmezése.

### Jellemzők

Nem tanítjuk külön témakörként. Ténylegesen végeztessünk valószínűségi kísérleteket (játékokat). Értelmeztessük különböző statisztikai kiadványok táblázatait, grafikonjait.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Egyszerű valószínűségi kísérletek végzése, a kimenetel becslése, megfigyelése, lejegyzése. A becslés és a valószínű kimenetel összehasonlítása. A relatív gyakoriság meghatározása. A valószínűség kiszámítása. A kiszámított valószínűség és a relatív gyakoriság összehasonlítása. A valószínűségi kísérletekben, illetve a mindennapi életben megfigyelt események kimeneteleinek statisztikai feldolgozása.</p>	<p><i>Statisztikai adatokat tartalmazó táblázatokról, grafikonokról adatok leolvasása, összefüggések megfigyelése, értelmezése. A gyakoriság fogalma.</i></p> <p>Egyszerű kísérletekben a valószínűség becslése, a kimenetel lejegyzése, a relatív gyakoriság kiszámítása.</p> <p>Statisztikai adatok gyűjtése, rendezése, rendszerezése, elemzése, értelmezése, ábrázolása grafikonnal, diagrammal.</p>

## 8. osztály

### Javasolt óraszám

A kötelező órakeretből: 3 óra/hét. Javasolt óraszám a kiegészítő órakeretből: 1 + 1 óra/hét. Legalább a kiegészítő órát differenciált csoportbontásban célszerű megszervezni úgy, hogy egy órát az órarendben is rögzített felzárkóztató gyakorlásra, a másik órát középiskolai előkészítésre, illetve szakkörre biztosítsunk (a tanulók igényeinek megfelelően).

Otthoni munkára javasolt idő: 20 perc/nap.

### Taneszközök

Hajdu Sándor: *Matematika 8. A*, alapszintű tankönyv

Hajdu Sándor: *Matematika 8. B*, tankönyv, bővített változat (2003-tól)

Hajdu Sándor: *Matematika 8. feladatainak megoldása*

Hajdu Sándor: *Matematika 7–8. Gyakorló*

Hajdu Sándor: *Matematika 7–8. Feladatgyűjtemény*, tehetséggondozó tanulói segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 8. osztály. Tanulói példány*

Hajdu Sándor: *Matematika 8. Program*, tanári segédlet

Hajdu Sándor: *Témazáró felmérő feladatsorok. Matematika 8. osztály. Tanári példány*

Zsebszámológép (négyzetgyökvonásra is alkalmas)

### A 8. osztályos taneszközök jellemzői

A középiskolába készülő tanulóknak a kerettantervben ajánlottól bővebb tananyagot kell megtanulniuk, azt mélyebben és alaposabban kell elsajátítaniuk, összetettebb feladatokat kell megoldaniuk, mint azoknak, akik csupán szakmai képzésre készülnek. Ezért a 8. osztályos tankönyv is alapszintű és bővített változatban jelenik meg. A bővített változat kiegészítő részei olyan anyagrészeket és feladatsorokat is tartalmaznak, amelyek lehetőséget nyújtanak a tehetségesebb, esetleg gimnáziumi tagozatra járó vagy középiskolába készülő tanulók optimális fejlesztésére. Az alapszintű és a kiegészítő részek összehangolásához a Program nyújt segítséget. Ez a szerkezeti megoldás lehetővé teszi azt, hogy a törzsanyagot a tanulók együtt tanulják, míg a kiegészítő anyagrészeket külön órákon. Így azokban az iskolákban is mód nyílik a differenciálásra, amelyekben nem oldható meg a tehetség szerinti csoportbontás.

A fentiek azt is jelentik, hogy az átlagosnál gyengébb osztályokban nem szükséges a teljes tankönyvet feldolgozni, illetve a nem középiskolába készülő tanulóknak mindent megtanítani. A Program tartalmaz ajánlásokat a különböző szintű és mélységű tananyagfeldolgozások megtervezéséhez, a feladatok kiválasztásához.

A témazáró felmérő feladatsorok úgy illeszkednek a különböző követelményszintekhez, hogy egy alapszintű és egy emelt szintű értékelési normára tesznek ajánlást (vagy eltérő feladatokkal vagy azonos feladatok eltérő minősítésével).

## Gondolkodási módszerek

### Általános fejlesztési feladatok

A matematika további tanulásához, illetve más tantárgyakban és a mindennapi életben való eszközszerű alkalmazásához szükséges gondolkodási képességek és beállítódás kialakítása.

A gimnáziumi tagozatra járó, illetve a középiskolába készülő tanulók a 8. évfolyam végére váljanak képessé az induktív és a deduktív ismeretszerzésre egyaránt. A konkrét példákban megfigyelteket legyenek képesek általánosítani, a megismert fogalmakat tudják definiálni, az összefüggéseket tételként megfogalmazni, ismerjék a különbséget a sejtés és a bizonyítás között. Ugyanakkor az elvont összefüggéseket, szabályokat legyenek képesek értelmezni, bizonyítani, konkrét példákban alkotó módon alkalmazni.

### Jellemzők

Összóraszám: 6–8 óra a halmazműveletek és a kombinatorikában tanultak tudatosítására.

Otthoni munkára javasolt idő: 2 óra.

Az e témakörhöz tartozó ismereteket nagyrészt eszközszerűen, a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan alkalmazzuk a fogalmak közti összefüggések feltárásakor. Ezért a fenti óraszám nem teljes.

A témakörhöz tartozó, a halmazműveletekkel, majd a kombinatorikával kapcsolatos ismeretek tudatosítását, rendszerezését önálló témaként is feldolgozhatjuk. Jobb csoportban konkrét feladatok megoldására támaszkodva eljuthatunk az általánosításig, esetleg a jelölések bevezetéséig is. Ám ha a helyi tanterv csak heti 3 órát biztosít a matematika számára, akkor ettől az elvontabb szintű feldolgozástól el kell tekintenünk.

A középiskolába készülő tanulóktól fokozatosan várjuk el a definíciók, tételek szabatos megfogalmazását, a gondolatmenetek logikai rendezését, a szaknyelv helyes használatát. Ugyanakkor minimumszinten is célszerű megkövetelnünk az egyszerűbb szövegek értelmezését és a nyelv logikai elemeinek ismeretét. Ezen követelmények teljesítése nélkül a tanuló nem válhat képessé az önálló tanulásra.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
A „minden”, „van olyan”, „és”, „vagy”, „ha ..., akkor ...”, „pontosan akkor ..., ha ...”, „akkor és csak akkor ..., ha ...” kifejezések helyes használata, átfogalmazása más, egyező jelentésű formára, az ilyen kijelentések tagadása. Ismert halmazok egymáshoz való viszonyának vizsgálata. Részhalmazok képzése adott szempontok szerint.	<i>Ismert elemeket tartalmazó halmaz elemeinek csoportosítása, rendezése, rendszerezése adott szempontok szerint.</i> <i>A bővülő tartalomnak megfelelő egyszerű matematikai szövegek értelmezése. A „nem”, a logikai „és”, a logikai „vagy”, a „ha ..., akkor ...”, valamint a „minden”, a „van olyan” kifejezések alkalmazása.</i>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A „nem” és a halmaz komplementere, az „és” és a halmazok metszete, a „vagy” és a halmazok uniója közti kapcsolat tudatosítása, e halmazműveletek értelmezése.</p> <p>A tanult halmazalgebrai és logikai alapok eszközszerű alkalmazása az ismeretek rendszerezésében, állítások igazságának eldöntésében, sejtések megfogalmazásában, a fogalmak közti kapcsolatok feltárásában, összefüggések bizonyításában.</p> <p>A bővülő tartalomnak megfelelő matematikai szövegek: definíciók, tételek, magyarázatok értelmezése. Egyszerű és összetettebb szöveges feladatok megoldása a matematika minden témaköréhez kapcsolódóan. Szövegalkotás.</p> <p>Változatos kombinatorikai feladatok megoldása különböző módszerekkel:</p> <p>a lehetőségek számának táblázatba foglalása;</p> <p>az adatok közötti összefüggés megállapítása, megjelenítése;</p> <p>a felismert összefüggésre általánosítható magyarázat keresése.</p> <p>Kombinatorikai gondolatmenetek eszközszerű alkalmazása konkrét feladatokban a matematika minden témakörében.</p> <p>Néhány matematikatörténeti érdekesség megismerése, nagy magyar matematikusok munkássága.</p> <p><i>Középiskolába készüők számára javasolt anyagrészek</i></p> <p>A halmazműveletekről tanultak általánosítása, a jelölések bevezetése.</p> <p>Megfordítható és meg nem fordítható állítások keresése a matematika különböző témaköreiben.</p> <p>A kombinatorika rendszerezettebb, mélyebb feldolgozása.</p>	<p><i>Szöveges feladatok megoldása a matematika minden témakörében.</i></p> <p><i>Ismert alaphalmaz elemeiről annak eldöntése, hogy igazzá tesznek-e egy nyitott mondatot vagy sem. Az „alaphalmaz”, „nyitott mondat”, „igazsághalmaz” kifejezések ismerete.</i></p> <p>A „pontosan akkor ..., ha ...”, „akkor és csak akkor ..., ha ...” kifejezések helyes használata. A „minden”, „van olyan” típusú állítások átfogalmazása, igazolása vagy megcáfolása. Állítások igazságának eldöntése.</p> <p>Matematikai szövegek elemzése, értelmezése, lefordítása a matematika nyelvére. Összetettebb szöveges feladatok megoldása. Szövegalkotás. A szaknyelv helyes használata. A felismert, illetve elsajátított fogalmak, tulajdonságok, összefüggések, bizonyítások gondolatmenetének szóbeli megfogalmazása.</p> <p>A logikai és a halmazműveletek, a helyes következtetési sémák egyre tudatosabb alkalmazása a fogalmak közti kapcsolatok feltárásában, megjelenítésében, a definíciók és tételek megfogalmazásában, a bizonyítások gondolatmenetének felépítésében.</p> <p>Kombinatorikus feladatok megoldása során a lehetőségek táblázatba foglalása, elemzése, az összefüggések megállapítása, megjelenítése, az összes eset rendszerezett felsorolása.</p>

## Számтан, algebra

### Általános fejlesztési feladatok

A számokkal, illetve algebrai kifejezésekkel kapcsolatos ismeretek és eljárások (beleértve a zsebszámológép használatát is) kiegészítése és begyakorlása. A tanultak eszközszerű alkalmazásának képessége és igénye a matematika egyéb témaköreiben és a fizika, kémia, technika stb. tanulása során, illetve a mindennapi életben. Az esetleges hiányosságok pótlása. Az induktív és a deduktív fogalomalkotó és problémamegoldó képesség alakítása.

### Jellemzők

Összóraszám: 45–55 tanóra.

Otthoni munkára javasolt idő: 25–35 óra. (Ebbe az órakeretbe beszámítottuk az egész évi folyamatos ismétlést is!)

Legalább 40 órát akkor is biztosítsunk erre a témakörre, ha a helyi tanterv alapján csak heti 3 órában tanítjuk a matematikát. Ebben az esetben a tanultak begyakoroltatására kevés idő jut, s a szöveges feladatok egy részét el is kell hagynunk.

Javasoljuk, hogy ebben az évben is részletesen foglalkozzunk a számok normálalakjával, a százalékszámítással és a szöveges feladatokkal. Amennyiben a szükséges alapok nem megfelelőek, akkor a hiányosságok pótlására több órát kell fordítanunk (például a halmazműveletekkel vagy az egyenletekkel való foglalkozások rovására), illetve gondosabban kell beépítenünk ezeket az ismereteket a folyamatos ismétlésbe. A taneszközök bő teret biztosítanak a tananyag ilyen felépítésére is.

Legkésőbb a 8. osztályban gyakoroltassuk be a zsebszámológépek használatát.

Ha elegendő időnk van rá, akkor a kerettanterv előírásain túllépve célszerű értelmeznünk legalább a 10 nempozitív egész kitevőjű hatványait is. Ez nem jelent gondot a tanulóknak, és később kamatosan megtérül a megtanítására felhasznált néhány óra. Ugyanis a fizika és a kémia tanulása során szükség van erre az ismeretre, továbbá ennek birtokában sikeresebben használhatja a tanuló a zsebszámológépet.

Javasoljuk, hogy az egyenletekkel, egyenlőségekkel foglalkozó fejezetet feladatgyűjteménynek tekintsék a kollégák, és a helyi tanterv sajátosságait, a társtantárgyakhoz való kapcsolódás lehetőségeit (no meg a középiskolai felvételi vizsgák időpontját) figyelembe véve építsék be ezeket az anyagrészeket a tananyag különböző fejezeteibe.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<b>Számok és műveletek</b> A racionális számokról tanultak rendszerezése: a racionális számok felírhatók két egész szám hányadosaként, ha a nevező nem zérus, a racionális szám felírható véges tizedestört vagy végtelen szakaszos tizedestört alakban.	<i>A racionális számok olvasása, felírásuk különböző alakban, nagyság szerinti összehasonlításuk, nagyságrendjük megállapítása, adott pontosságú közelítő értékük megadása. A racionális számok (közelítő) helyének meghatározása a számegyenesen.</i>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Műveletek értelmezése. Műveletek tetszőleges alakban adott racionális számokkal. Műveleti azonosságok rendszerezése, alkalmazásuk a számítások egyszerűsítésében. Műveleti sorrend, zárójelk használat, a számítások megtervezése. Számolás kerekített értékekkel (az eredmény előzetes becslése). A zseb-számológép használatának begyakorlása.</p> <p>Hatványozás, számolás hatványokkal, ismerkedés a 10 egész kitevőjű hatványival.</p> <p>Az 1-nél nagyobb számok normálalakja, ismerkedés a 0 és 1 közé eső számok normálalakjával, illetve a normálalakban adott számokkal (a zseb-számológép alkalmazásával is) végzett műveletekkel.</p> <p>Számok négyzetének meghatározása, a négyzetgyök fogalma, meghatározása, zseb-számológép, esetleg táblázat alkalmazásával.</p> <p>Ismerkedés a valós számokkal: a valós számok „befedik” a számegyeneset, a valós számok a racionális és az irracionális számok, az irracionális számok végtelen, nem szakaszos tizedestört alakban írhatók fel.</p> <p>Arány, arányos osztás, egyenes és fordított arányossági feladatok, aránypár, mennyiségek törtrésze, százalékszámítás (a korábban tanultak felelevenítése, rendszerezése, begyakorlása, új anyagban történő alkalmazása).</p> <p>Az oszthatósággal kapcsolatosan korábban tanultak rendszerezése.</p>	<p><i>A négy alpművelet biztos elvégzése (írásban vagy zseb-számológéppel) bármilyen alakú racionális számmal. Az eredmények előzetes becslése.</i></p> <p><i>A pozitív egész kitevőjű hatvány értelmezése, meghatározása.</i></p> <p>A racionális szám fogalmának értelmezése, annak megértése, hogy a számegyenes nem mindegyik pontjához tartozik racionális szám.</p> <p>A hatvány fogalmának és a hatványokkal végzett műveleti azonosságoknak az ismerete, értelmezésük, bizonyításuk, alkalmazásuk egyszerűbb esetekben.</p> <p><i>1-nél nagyobb számok normálalakjának értelmezése, felírása.</i></p> <p><i>A négyzetgyök fogalmának ismerete; számok négyzetének, 1 és 100 közé eső szám négyzetgyökének meghatározása zseb-számológép segítségével.</i></p> <p><i>Egyenes és fordított arányosság felismerése, egyszerű feladatok megoldása következtetéssel. A százalékkérték, az alap és a százalékláb kiszámítása a másik kettő ismeretében.</i></p> <p><i>Számok osztóinak, többszöröseinek, két szám közös osztójának és közös többszörösének meghatározása egyszerűbb esetekben.</i></p> <p><i>Egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult témakörökkel kapcsolatosan.</i></p> <p>Számok normálalakjának értelmezése, felírása, alkalmazása számításokban.</p> <p>Maximális begyakorlottság összetett feladatokban a racionális számokkal végzett számítások megtervezésében, az eredmények előzetes becslésében, a műveletek végrehajtásában, beleértve a hatványozást és a négyzetgyökvonást is. A tanult azonosságok célszerű alkalmazása a számítások egyszerűsítésében.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek</b></p> <p>Algebrai egész kifejezések értelmezése, helyettesítési értékének kiszámítása. Egynemű kifejezések, összevonásuk. Egytagú, illetve többtagú algebrai kifejezések szorzása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p> <p>Az egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, azonos egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Egész- és törtegyütthatós elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvével, a megoldás során az azonos és ekvivalens egyenletre vezető átalakítások alkalmazása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel („típusfeladatok” is). Becslés. A megoldás létezésének eldöntése, ellenőrzés a szöveg alapján.</p>	<p>Az arány fogalmának ismerete. Arányos osztással, egyenes és fordított aránysággal kapcsolatos összetettebb feladatok megoldása. Az aránypár fogalmának ismerete, az aránypár ismeretlen tagjának kiszámítása. Összetettebb százalékszámítási feladatok értelmezése, megoldása.</p> <p>Számok osztóinak, többszöröseinek, két szám közös osztójának és közös többszörösének meghatározása az oszthatósági szabályok és a számok prímtenyezőkre bontásának alkalmazásával.</p> <p><i>Egyszerű algebrai egész kifejezések értelmezése, helyettesítési értékének kiszámítása, egynemű kifejezések összevonása, algebrai kifejezések szorzása számmal; alkalmazásuk a matematika egyéb témaköreiben (például a felszínszámítási képletek felírásában), illetve a fizikában és a kémiában, a legegyszerűbb esetekben.</i></p> <p><i>Egyszerű elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, a megoldás ellenőrzése. Egyszerű egyenlettel megoldható szöveges feladatok értelmezése, az adatok közti kapcsolatok önálló felírása egyenlettel, az egyenlet megoldása, a megoldás ellenőrzése a szöveg alapján.</i></p> <p>Egytagú, illetve többtagú algebrai kifejezések szorzása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel. A tanult azonosságok ismerete és alkalmazása a számítások észszerűsítésében, ellenőrzésében, algebrai kifejezések átalakításában, az egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása során. A mérlegelvével tudatos alkalmazása. Az egyenlőtlenség megoldásának ellenőrzése a komponensek változtatásáról tanultak alkalmazásával.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><i>Gimnáziumi tagozaton ajánlott kiegészítő anyagrészek</i></p> <p>A hatványozás fogalmának és a tanult azonosságoknak a kiterjesztése a 0 és a negatív egész kitevőkre (ismerkedés a permanenciaelvel).</p> <p>A racionális számok tizedestört alakja.</p> <p>A 2 négyzetgyöke nem racionális szám.</p> <p>Ismerkedés nem elsőfokú egyenletek megoldásával.</p> <p>Néhány nevezetes azonosság megismerése.</p>	<p>Egyenlettel megoldható szöveges feladatokban lévő probléma feltárása, az adatok között a szükségesek és a feleslegesek megkülönböztetése, a szükséges adatok közötti kapcsolatok megállapítása, a keresett adat (adatok) meghatározása. A feladat megoldási tervének egyenlet, egyenlőtlenség formájában történő megfogalmazása, az eredmény becslése, a megoldás (megoldások) megkeresése, ellenőrzése, az eredeti probléma tükrében történő megvizsgálása.</p> <p>A 0 és 1 közé eső számok normálalakjának alkalmazása.</p> <p>Algebrai törtek értelmezési tartománya, helyettesítési értékének kiszámítása.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezéssel. A tanult nevezetes azonosságok alkalmazása.</p> <p>Összetettebb szöveges feladatok megoldása egyenlettel.</p>

## Összefüggések, függvények, sorozatok

### Általános fejlesztési feladatok

Az induktív és a deduktív fogalomalkotás képességének alakítása a fogalmak közti kapcsolatok tudatosításával, az általános összefüggések felismertetésével, megfogalmazásával és alkalmazásával. A tanultak eszközszerű alkalmazása a matematika egyéb témaköreiben és a fizika, kémia, technika stb. tanulása során, illetve tapasztalati függvények esetében a mindennapi életben. A problémaérzékenység, ötletgazdagság fejlesztése különböző megoldások keresésével.

### Jellemzők

Óraszám: 15–25 óra.

Otthoni munkára javasolt idő: 7–10 óra.

Legalább 15 órát akkor is szánjunk erre a témakörre, ha a helyi tanterv alapján csak heti 3 matematikaóra van. Ebben az esetben nem törekedhetünk az elvontabb fogalmak kialakítására, a sorozatok mélyebb megismerésére, ezért a középiskolába készülő tanulóinkkal külön kell foglalkoznunk.

Fontos az elmúlt években tanultak rendszerezése, gyakorlása, alkotó alkalmazása az új ismeretek szerzésében (például a számok négyzetének és négyzetgyökének értelmezésében, statisztikai vizsgálatokban). Fontos, hogy a tanulók a függvényről tanultakat gyakorlati jellegű feladatokban, a fizika, kémia, földrajz tanulásakor alkalmazni tudják.

A sorozatokról tanultakat önálló anyagként tekintjük át és egészítjük ki. Ez a témakör is alkalmas a problémaérzékenységnek, a magasabb szintű matematikai ismeretszerző és problémamegoldó gondolkodás képességének fejlesztésére.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Összefüggések</b></p> <p>Konkrét rendezési relációk, ekvivalencia-relációk és egyéb összefüggések vizsgálata a különféle matematikai témákhoz kapcsolódva.</p> <p><b>Függvények</b></p> <p>A függvényekről tanultak rendszerezése.</p> <p>Két halmaz közti hozzárendelések (relációk) különböző megjelenítése konkrét feladatok megoldásához kapcsolódóan.</p> <p>A függvény mint egy adott halmazon értelmezett egyértelmű hozzárendelés.</p> <p>Tapasztalati függvények megadása táblázattal, grafikonnal. Kapcsolat a görbe alakja és a függvény által leírt jelenség, törvényszerűség között. Szöveggel megadott függvények vizsgálata.</p> <p>A lineáris függvény fogalma, grafikus ábrázolása, menetének vizsgálata. Az egyenes arányosság és a konstans függvény mint speciális lineáris függvény.</p>	<p><i>A tanult összefüggések felismerése, alkalmazása konkrét feladatokban (például: „osztható”, „kisebb”, „ugyanabba a részhalmazba tartozik”, „párhuzamos”, „tükörképei egymásnak”, „egybevágó”, „hasonló”).</i></p> <p>Ismert alaphalmaz elemeinek rendezése, rendszerezése, csoportosítása adott vagy felismert reláció alapján.</p> <p><i>A derékszögű koordináta-rendszer biztos ismerete.</i></p> <p><i>Táblázattal, grafikonnal adott tapasztalati függvény értelmezése, menetének vizsgálata. Táblázat kitöltése adott szabály, grafikon alapján. Grafikonok megrajzolása táblázat segítségével.</i></p> <p><i>Táblázattal, formulával adott lineáris függvény grafikonjának megrajzolása.</i></p> <p>A függvényrel kapcsolatos fogalomrendszer ismerete, alkalmazása a többi témakör rendszerezésekor. A megfeleltetések közül a függvénykapcsolat kiválasztása.</p> <p>Táblázattal, szöveggel, formulával adott lineáris függvény értelmezése, grafikonjának megrajzolása, menetének vizsgálata, a tanultak alkalmazása a matematika más témaköreiben, illetve egyéb tantárgyakban.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Néhány nemlineáris függvény (például a fordított arányosság, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a négyzetgyökfüggvény) vizsgálata.</p> <p>A lineáris függvény és az elsőfokú egyenlet kapcsolata. Egyenletek, egyenlőtlen-ségek grafikus megoldása.</p> <p><b>Sorozatok</b></p> <p>Konkrét sorozatok értelmezése, vizsgálata a racionális számokról és az algebrai kifejezésekről tanult gyakorlására, szabályok keresése.</p> <p>A sorozat mint függvény.</p> <p>A számtani sorozat értelmezése, folytatása, tulajdonságainak vizsgálata, a különbségsorozat fogalma, a számtani sorozat <math>n</math>-edik eleme.</p> <p>A mértani sorozat értelmezése, folytatása, tulajdonságainak vizsgálata, a hányadossorozat fogalma, a mértani sorozat <math>n</math>-edik eleme.</p> <p><i>Gimnáziumi tagozaton ajánlott kiegészítő anyagrészek</i></p> <p>Függvények összekapcsolása több lépésben is; változótranszformációk, illetve függvényérték-transzformációk. A függvény és transzformáltjának grafikonja közötti kapcsolat megfogalmazása geometriai transzformációkkal.</p> <p>Néhány érdekes sorozat megismerése, szabályok keresése.</p> <p>A számtani sorozat, illetve a mértani sorozat <math>n</math>-edik tagjának és az első <math>n</math> tag összegének meghatározása, az általános összefüggés megállapítása, bizonyítása, alkalmazása.</p>	<p>A fordított arányosság mint függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a négyzetgyökfüggvény ismerete, értelmezése, grafikonjuk megrajzolása.</p> <p>Szöveggel adott lineáris függvényhez, fordított arányossághoz a szabály felírása, táblázat kitöltése.</p> <p><i>Konkrét sorozat folytatása adott egyszerű szabály alapján, a sorozat változásának megfigyelése.</i></p> <p>Néhány elemével adott sorozathoz szabályok keresése, a sorozat többféle folytatása adott vagy felismert szabályok alapján.</p> <p>A számtani és a mértani sorozat értelmezése, képzési szabályuk felismerése, tulajdonságaik vizsgálata, a sorozatok <math>n</math>-edik elemének meghatározása konkrét <math>n</math> esetén.</p> <p>A függvénnyel kapcsolatos fogalmak értelmezése, a definíciók szabatos megfogalmazása. A transzformált függvények grafikonjának megrajzolása.</p> <p>Nemlineáris egyenletek és egyenlőtlen-ségek grafikus megoldása.</p> <p>Sorozatokkal kapcsolatos feladatok megoldása a képletek alkalmazásával, következtetéssel, egyenlettel.</p>

## Geometria, mérés

### Általános fejlesztési feladatok

A matematikai látásmód, a képi fogalomalkotó és problémamegoldó képesség fejlesztése a bővülő tartalomnak és a magasabb absztrakciós szintű tevékenységnek megfelelően. A bizonyítási igény felkeltése, a matematikai ismeretszerzéssel kapcsolatos szemlélet megváltozása.

Gyakorlottság a körző és a vonalzó használatában.

### Jellemzők

Összóraszám: 45–60 tanóra.

Otthoni munkára javasolt idő: 20 óra.

A mérésekkel kapcsolatos ismereteket a számtan, algebra, illetve az összefüggések, függvények, sorozatok témakörökhöz kapcsolódóan is gyakoroltathatjuk.

Amennyiben a helyi tanterv csak heti 3 órát biztosít a matematika számára, akkor erre a témakörre csupán 30–35 óra marad. Ez azt jelenti, hogy a kötelező óraszámokban a kerettanterv előírásait csak felületesen tudjuk megvalósítani, nem jut elég idő a tanultak elmélyítésére, begyakorlására, a középiskolai szemléletmód előkészítésére. Ezért a lemaradókkal és a középiskolákba készülőkkel külön kell foglalkoznunk.

A 7. osztályban megalapozott szemléletváltás 8. osztályban teljessé válik: a fogalmakat korábbi ismeretekre építve definiáljuk, az összefüggéseket tételként fogalmazzuk meg, és logikailag helyes következtetésekkel bizonyítjuk, a számításos feladatoknál nem mérjük, hanem felismert összefüggések alapján kiszámítjuk az adatokat, az alakzatokat nem megrajzoljuk, hanem megszerkesztjük. Elsősorban a gimnáziumi tagozatra járó, illetve a középiskolába készülő tanulóknak kell magukévá tenniük ezt az új szemléletet.

A mintatanterv élt azzal a lehetőséggel, hogy bizonyos anyagrészeket évfolyamok között felcseréljen a következők miatt:

1. Az alsó tagozatos tananyag és követelményrendszer folytatásaként javasoljuk, hogy 7. osztályban az egybevágósági transzformációk teljes rendszerével foglalkozzunk, majd az ott szerzett tapasztalatokat 8. osztályban mélyítsük el.
2. A kerettanterv ajánlásaival ellentétben javasoljuk a hasonlósággal kapcsolatos ismeretek feldolgozását a középpontos hasonlóság értelmezése előtt. Ez a tárgyalásmód kapcsolódik szervesen az alsó tagozatban, illetve a földrajzban, technikában korábban tanultakhoz.
3. A fentiek ellensúlyozására javasoljuk, hogy a kör kerületével, területével és a körhengerrel a 8. osztályban foglalkozzunk.

A tankönyvekben viszont „átfedésekkel” biztosítjuk, hogy a kerettanterv szerinti felépítés alapján is feldolgozható legyen a tananyag.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p><b>Mérések, mértékegységek</b></p> <p>A mérésekről, mértékegységekről tanultak alkalmazása a matematika különböző témaköreihez tartozó feladatokban.</p> <p><b>Síkidomok, felületek, testek</b></p> <p>Alapfogalmak, alaptételek, elnevezések, jelölések. Tételek, kölcsönös helyzetük.</p> <p>A vektor fogalma. Vektorok ellentettje, összeadása, kivonása.</p> <p>Vektorok szorzása egy számmal (ismerkedés).</p> <p>Síkidomok. A sokszögekről tanultak összegzése, kiegészítése. A sokszögek kerülete. A szabályos sokszögek fogalma, tulajdonságai.</p> <p>Szögmérés, a szögekkel kapcsolatos szerkesztések, a szögek fajtái. Az elfordulás mérése irányított szöggel, forgásszögek. Szögpárok. Egyenes és sík, ill. két sík által bezárt szög értelmezése.</p> <p>Ponthalmazok távolsága, adott tulajdonságú ponthalmazok felismertetése, alkalmazásuk szerkesztésekben, összefüggések feltárásában, bizonyításokban.</p> <p>A háromszögről az előző években tanultak rendszerezése, kiegészítése. A háromszögek csoportosítása adott szempontok szerint. Összefüggések a háromszög külső és belső szögei között, a háromszög oldalai között. Háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p>	<p><i>A hosszúság, a tömeg, az űrtartalom és az idő méréseinek, szabványos mértékegységeinek, a köztük lévő kapcsolatoknak az ismerete, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</i></p> <p>A mérésekről, mértékegységekről tanultak alkotó alkalmazása a matematika különböző témaköreiben, illetve a természettudományi tantárgyakban is. A számok normálalakjáról, a négyzetre emelésről és négyzetgyökvonásról tanultak alkalmazása.</p> <p><i>Az alapvető geometriai fogalmak, elnevezések, jelölések és szerkesztési eljárások ismerete. A tételek kölcsönös helyzetének felismerése.</i></p> <p><i>Sokszögek csoportosítása adott szempontok szerint. A sokszög kerületének kiszámítása.</i></p> <p><i>Szög mérése szögmérővel, a fok ismerete. A szögek fajtáinak felismerése.</i></p> <p><i>A szakaszfelező merőleges és a szögfelező tulajdonságainak ismerete, megszerkesztésük. A háromszög legfontosabb tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. Háromszögek szerkesztése alapesetekben.</i></p> <p>A szögpárok származtatása, felismerése ábrákon, alakzatokon, az összefüggések alkalmazása számításokban és bizonyításokban.</p> <p>Az elfordulás mérése, az irányított szög és a forgásszög fogalmának ismerete.</p> <p>A vektor fogalmának ismerete. A vektorok ellentettjének, összegének, különbségének, valahányszorosának megszerkesztése konkrét feladatokban. A tanultak alkalmazása a fizikában.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Az egybevágóság feltételeinek, illetve ponthalmazok tulajdonságainak felhasználása háromszögek szerkesztésében.</p> <p>A háromszög nevezetes egyenesei, pontjai és körei, az összefüggések felismertetése és bizonyítása: a háromszög oldalfelező merőlegesei, a köré írt kör; szögfelező egyenesei, a beírt kör; magasságegyenesei, magasságpontja; középvonalai; súlyvonalai, súlypontja.</p> <p>Pitagorasz tétele, igazolása átdarabolással, a tétel megfordítása, alkalmazása számításos feladatokban. A négyzettáblázat vagy a zsebszámológép használata.</p> <p>A négyszögekről, speciális négyszögekről az előző években tanultak rendszerezése. A speciális négyszögek értelmezése, tulajdonságaik vizsgálata, a fogalmak közti kapcsolatok áttekintése. Négyszögek szerkesztése. A négyszögek, speciálisan a trapézok, deltoidok, paralelogrammák belső szögei közti összefüggések felismertetése, alkalmazásuk számításokban, szerkesztésekben.</p> <p>A terület fogalma, tulajdonságai, mértékegységei. A háromszög és a speciális négyszögek területképleteinek alkalmazása. Tetszőleges sokszögek területének kiszámítása háromszögekre bontással.</p> <p>A körről tanultak kiegészítése, a kör kerülete, területe.</p> <p>A térfogat fogalma, mértékegységei.</p>	<p><i>A Pitagorasz-tétel ismerete, felhasználása egyszerű feladatokban.</i></p> <p><i>A terület szabványos mértékegységeinek ismerete. A háromszög, a speciális négyszögek területének kiszámítása az általános szabályok alkalmazásával. A kör kerületének és területének kiszámítása.</i></p> <p><i>A térfogat mértékegységeinek ismerete.</i></p> <p>A háromszög nevezetes egyenesének, pontjainak megszerkesztése, adott háromszög köré írt körének és beírt körének megszerkesztése.</p> <p>A Pitagorasz-tétel ismerete, bizonyítása, felhasználása például vektorok összegének, sokszögek területének, testek felszínének meghatározásában, olyan feladatokban, amelyekben a hiányzó adat Pitagorasz tételével kiszámítható.</p> <p>A deltoid, a paralelogramma, a háromszög, a trapéz területképletének levezetése átdarabolással, kiegészítéssel.</p> <p>Tetszőleges sokszögek területének kiszámítása háromszögekre bontással. A terület mértékegységeinek átváltása. A területszámítás alkalmazása sokszöglappal határolt testek felszínének kiszámításában, illetve a fizikában és a gyakorlati életben.</p> <p>A körről tanultak ismerete, a kör kerületének, adott középponti szöghöz tartozó körív hosszának, a körlap, a körgyűrű és a körcikk területének kiszámítása.</p> <p>A térfogat szabványos mértékegységeinek átváltása. Az űrtartalom és a térfogat mértékegységei közti kapcsolat ismerete, alkalmazása. A térfogatszámítás alkalmazása a fizikában és a kémiában (például a tömeg, sűrűség és térfogat közti összefüggés vizsgálatában).</p>



Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Az egyenes hasáb és az egyenes körhenger származtatása, tulajdonságaik, hálójuk, felszínük, térfogatuk. Henger-szerű testek. Ismerkedés a gúlával, a gúla származtatása, hálója, felszíne.</p> <p><b>Geometriai transzformációk</b></p> <p>A geometriai transzformáció mint pont-pont függvény értelmezése. Mozgások, transzformációk vizsgálata a síkon és a térben.</p> <p>Az egybevágósági transzformáció fogalmának felelevenítése, a tanult egybevágósági transzformációk rendszerezése. Szimmetriák értelmezése, vizsgálata, alkalmazásuk háromszögek, speciális négyszögek, szabályos sokszögek vizsgálatában.</p> <p>A hasonlóság fogalma, a hasonlóság arányának értelmezése; nagyítás, kicsinyítés adott arány szerint. A hasonlóság alkalmazása gyakorlati jellegű feladatokban. A hasonlóság mint geometriai transzformáció. A síkidomok, sokszögek hasonlóságának feltételei. Az egybevágóság mint a hasonlóság speciális esete.</p> <p>Háromszögek hasonlóságának alapesetei, hasonló háromszögek szerkesztése. A háromszögek hasonlóságán alapuló számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatok. A párhuzamos szelők tételének előkészítése.</p>	<p><i>Az egyenes hasáb (a kocka, a téglatest), a körhenger és a gúla felismerése. Az egyenes hasáb felszínének, térfogatának meghatározása.</i></p> <p>Az egyenes hasáb, egyenes körhenger, gúla származtatása, tulajdonságaik felsorolása, hálójuk felvázolása, felszínük kiszámítása. Az egyenes körhenger térfogatának meghatározása.</p> <p><i>Az egybevágó, illetve a hasonló alakzatok felismerése.</i></p> <p><i>Az eltolás, a tengelyes tükrözés és a középpontos tükrözés fogalmának és alaptulajdonságainak ismerete. Egyszerű alakzat tengelyes tükrözéssel, eltolással, illetve középpontos tükrözéssel kapott képének megszerkesztése. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése.</i></p> <p><i>A hasonlóságról tanultak alkalmazása alaprajzok, térképek, nézeti rajzok értelmezésében. Szakasz egyenlő részekre osztásának megszerkesztése.</i></p> <p>A geometriai transzformáció, az egybevágóság, a hasonlóság és a középpontos hasonlóság mint geometriai transzformáció fogalmának ismerete.</p> <p>Az elforgatás fogalmának és alaptulajdonságainak ismerete. Egyszerű alakzat elforgatással kapott képének megszerkesztése. A forgásszimmetrikus alakzatok felismerése, annak megállapítása, hogy egy forgásszimmetrikus alakzat milyen forgatásokkal hozható fedésbe önmagával.</p>

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>A középpontos hasonlóság mint geometriai transzformáció.</p> <p>A vektorok skalárral való szorzásának előkészítése. A középpontos hasonlóság segítségével megoldható számítási, szerkesztési feladatok.</p> <p><i>Gimnáziumi tagozaton ajánlott kiegészítő anyagrészek</i></p> <p>Az egybevágósági és a hasonlósági transzformációkról, az adott tulajdonságú ponthalmazokról tanultak alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Thalész tétele, a tétel és megfordításának bizonyítása. A Thalész-tétel alkalmazása szerkesztésekben, érintő szerkesztése körhöz. A párhuzamos szelők tétele.</p> <p>Összetettebb feladatok megoldása a hasonlóság témaköréből; szakasz arányos felosztása.</p> <p>Hasonló síkidomok területének, hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.</p>	<p>A hasonlóság feltételeinek, tulajdonságainak ismerete, alkalmazása kicsinyített vagy nagyított kép adott arány szerinti megrajzolásában, a hiányzó adatok kiszámításában (gyakorlati jellegű feladatokban is).</p> <p>A háromszögek hasonlósága alapeseteinek ismerete. A háromszögek hasonlóságán alapuló számítási és szerkesztési feladatok megoldása.</p> <p>Középpontosan hasonló sokszögek szerkesztése adott arány szerint.</p> <p>Az euklideszi szerkesztés eljárásainak és a szerkesztési feladatok megoldásmenetének ismerete. Vázlatkészítés, a szerkesztés menetének leírása, a szerkesztés helyességének igazolása. A felismert összefüggések bizonyítása.</p> <p>A Pitagorasz-tétel alkalmazása összetettebb sík- és térgeometriai feladatokban.</p> <p>A Thalész-tétel ismerete, alkalmazása szerkesztésekben.</p> <p>Összetettebb számítási, szerkesztési feladatok megoldása a hasonlóság témaköréből; szakasz arányos felosztásának alkalmazása. Hasonló síkidomok területe, hasonló testek felszíne, térfogata arányának meghatározása.</p>

## Valószínűség, statisztika

### Általános fejlesztési feladatok

Az elmúlt években szerzett tapasztalatok rendszerezése, tudatos szintre emelése. A matematikai látásmód fejlesztése. A matematika gyakorlati alkalmazhatóságának felismertetése.

### Jellemzők

Összóraszám: 5–8 tanóra.

Otthoni munkára javasolt idő: 5 óra.

A valószínűségi kísérletekkel, számításokkal és a statisztikai vizsgálatokkal a tankönyv és a Matematika 7–8. Feladatgyűjtemény külön alpontokban foglalkozik. Ez lehetővé teszi önálló órák megszervezését ezen anyagrészek feldolgozására.

Tananyag, tevékenység, gondolkodási módszerek alapozása	<i>Minimumkövetelmény</i> Minimumszintet meghaladó követelmény
<p>Egyszerű valószínűségi kísérletek végzése, a kimenetel becslése, megfigyelése, lejegyzése, táblázatba rendezése. A becslés és a valószínűségi kimenetel összehasonlítása. A relatív gyakoriság fogalma, meghatározása. A valószínűség kiszámítása kombinatorikus gondolatmenettel. A kiszámított valószínűség és a relatív gyakoriság összehasonlítása.</p> <p>A valószínűségi kísérletekben, illetve a mindennapi életben megfigyelt események kimeneteleinek statisztikai feldolgozása. A kimenetel különböző szempontok szerinti kategorizálása, rendezése. A megoszlások szemléltetése különböző diagramokkal, táblázatokkal. Adathalmazok elemzése (módusz, medián, terjedelem) és értelmezése. Az átlag meghatározása, az eredmények átlag körüli szóródásának megfigyelése (tapasztalatszerzés).</p> <p>Két változó véletlen kapcsolatának megfigyelése, ábrázolása.</p>	<p><i>Statisztikai adatokat tartalmazó táblázatokról, grafikonokról adatok leolvasása, összefüggések megfigyelése, értelmezése. Az átlag kiszámítása.</i></p> <p>Egyszerű kísérletekben a valószínűség becslése, esetleg meghatározása, a kimenetel lejegyzése, a relatív gyakoriság kiszámítása.</p> <p>Statisztikai adatok gyűjtése, rendezése, rendszerezése, elemzése, értelmezése, ábrázolása grafikonnal, diagrammal, leggyakoribb adat, középső adat meghatározása.</p>